

# **Paternoster zum Mars**

Dr.-Ing. Georg Bechtold, Bonn, im Mai 2008

## **Überblick**

In diesem Papier wird eine Möglichkeit für eine bemannte Marsmission vorgestellt, die bei relativ geringem Gesamtenergieaufwand für mehrere Flüge sowohl kurze Flug- als auch Aufenthaltszeiten gestattet.

Bisherige Marsmissionsprofile basieren gewöhnlich auf einem Hohmann-Orbit, weil dieser den geringstmöglichen Energieaufwand für die Geschwindigkeitsänderungen beim Verlassen des Schwerefeldes der Erde und beim Einfangen vom Schwerefeld des Mars erfordert. Das Missionsprofil ist grob wie folgt umschreibbar:

Hinflug zum Mars 258 Tage  
Aufenthalt auf dem Mars 457 Tage  
Rückflug vom Mars 258 Tage

Die resultierende Gesamtflugzeit beträgt also 973 Tage, das entspricht mehr als 32 Monaten.

In diesem Artikel wird ein Profil vorgestellt, bei dem von Niedrigenergie-Orbits abgesehen wird und statt dessen ein kurzer Aufenthalt auf dem Mars verbunden mit kurzen Flugzeiten angestrebt wird. Das Missionsprofil sieht folgendermaßen aus:

Hinflug zum Mars 243 Tage  
Aufenthalt auf dem Mars 44 Tage  
Rückflug vom Mars 187 Tage

Hier ist die Gesamtflugzeit also 474 Tage, weniger als die Hälfte der konventionellen Lösung. Ein großer Nachteil der vorgestellten Lösung sind die hohen Geschwindigkeitsänderungen bei den Abflügen sowohl von Erde als auch Mars und bei der Ankunft am Mars. Allerdings ist für jede neue Mission im Wesentlichen nur die Beschleunigung von kleinen Mannschaftskapseln notwendig. Diese Mannschaftskapseln haben im Grunde nur die Funktion, die Astronauten zu den jeweiligen eigentlichen beiden Raumschiffen zu bringen. Eines der beiden zum Einsatz kommenden Raumschiffe pendelt, ein Mal auf die jeweilige Bahn gebracht und dann mit relativ geringem Aufwand von der Erde aus versorgt, ununterbrochen zwischen Mars und Erde, das zweite Raumschiff fliegt auf einer freien Rückkehrbahn von der Erde zum Mars und von dort antriebslos wieder zur Erde zurück, wo es auf aerodynamischem Wege abgebremst und dann in einem niedrigen Erdorbit für weitere Missionen „geparkt“ wird. Das erste Raumschiff wird für den Hinflug zum Mars verwendet, das zweite Raumschiff ist für den Rückflug vorgesehen. Dies ermöglicht eine Nutzung bei folgenden Marsmissionen mit im Vergleich zu konventionellen Missionen verringertem Aufwand.

Die Landungen auf dem Mars erfolgen mit zwei der Mondfähre des Apollo-Programms ähnlichen Landern an zwei völlig verschiedenen Stellen auf dem Mars. Als einziges Infrastruktur-Element ist eine kleine „Raumstation“ im Marsorbit notwendig, die den Astronauten als Aufenthaltsort und als Lager für den Treibstoff für den Rückflug sowie als „Parkplatz“ für die beiden Landefähren dient.

Im ersten Kapitel wird ein konventionelles Hohmann-Missionsprofil beschrieben. Dann folgt die Vorstellung eines neuen Missionsprofils, bei dem zwei Raumschiffe und zwei Mannschaftskapseln, „Taxis“ genannt, benötigt werden. Die Raumschiffe sind von der Konfiguration einer herkömmlichen Raumstation ähnlich, pendeln allerdings zwischen Erde und Mars und werden deshalb „Paternoster“ genannt. Ein Raumschiff wird für den Flug von der Erde zum Mars verwendet und heißt „Obelix“. Das andere Raumschiff dient der Reise vom Mars zur Erde und wird „Asterix“ genannt. Die Station im Marsorbit erhält den Namen „Idefix“.

Im zweiten Kapitel werden weitergehende Details zur Mission genannt: Missionsprofil, Einzelheiten zur Landung auf dem und Start vom Mars, Einzelheiten zur Konfiguration der Paternoster, Anforderungen an Trägerraketen usw.

Am jeweiligen Schluss der beiden Kapitel folgen Einzelheiten, die das genaue Nachvollziehen der durchgeführten Berechnungen ermöglichen, inklusive einer Einführung in die verwendete Himmelsmechanik und Mathematik.

## **Schlussfolgerungen**

Im Artikel wird gezeigt, dass das vorgestellte Szenario durchaus schlüssig scheint. Damit ist eine Alternative zu den bisher üblichen Niedrigenergie-Missionsprofilen für bemannte Missionen zum Mars gezeigt.

Die Nachteile sind die hohen Geschwindigkeitsdifferenzen beim Abflug von der Erde, beim Ankunft und Abflug beim Mars und schließlich bei der Ankunft an der Erde. Des Weiteren könnte der nahe Vorbeiflug an der Sonne, bei dem fast die Bahn des Merkur erreicht wird, zu technologischen Problemen führen. Speziell beim Abflug vom Mars ist das Fenster sehr kurz, weil Asterix, das Raumschiff für den Rückflug zur Erde, von den Taxis mit den Astronauten sehr genau getroffen werden muss.

Viele Vorteile liegen aber auch klar auf der Hand. Obelix, das Raumschiff, das die Astronauten von der Erde zum Mars bringt, fliegt einfach am Mars und an der Erde vorbei, muss dort also weder verzögert noch beschleunigt werden. Asterix, das Raumschiff für den bemannten Rückflug zur Erde, wird lediglich aus dem Erdorbit heraus auf eine freie Rückkehrbahn gebracht, auf deren Weg die Bahn des Mars, nicht aber der Planet selber erreicht wird. Asterix fliegt nach der Passage des Mars ungebremst und antriebslos zur Erde weiter. Eine Abbremsung oder Beschleunigung am Mars ist nur für zwei kleine Taxis mit den Astronauten nötig. Sie springen sozusagen auf den fahrenden Zug auf, der auch für zukünftige Missionen genutzt werden kann. Durch den kurzen Aufenthalt auf dem Mars und durch mindestens zwei bemannte Landungen auf dem Mars bei jeder Mission sind die logistischen Anforderungen am Mars wesentlich geringer als für konventionelle Langzeitmissionen, ohne dass die wissenschaftliche Ausbeute zu stark verringert werden würde. Die kürzere Missionsdauer ist für die Astronauten weniger stark belastend. Der Ansatz kommt mit vorhandenen oder zumindest mittelfristig verfügbaren Technologien aus und benötigt keinen monatelangen Weltraumtransport von Kryogenen, keine Treibstoffgewinnung auf dem Mars, keine automatischen Gewächshäuser und keine weltraumtauglichen Kernreaktoren.

Auf der anderen Seite könnte die Mission dazu dienen, zuerst Mal den Mars zu erreichen, um dort die Infrastruktur für eine technisch komplexere Langzeitmission aufzubauen. Die Tatsache, dass bei jeder Reise zwei Landungen auf dem Mars stattfinden, könnte beispielsweise so genutzt werden, dass die erste Landung wissenschaftlichen Erkundungen dient und die zweite zu Infrastrukturarbeiten auf dem Marsboden genutzt wird.

Es ist durchaus möglich, dass die genannten Nachteile des vorgeschlagenen Missionsprofils die Vorteile überwiegen. Der Paternoster-Gedanke sollte aber auch für „konventionelle“ Missionen mit langen Aufenthalten auf dem Mars in Betracht gezogen werden. Die Hohmann-Bahn unterscheidet sich nicht sehr stark von der Bahn von Asterix. Durch einen geringfügig höheren (spezifischen) Energieaufwand als bei einer Niedrigenergie-Mission könnte man sozusagen mit Asterix 1 zum Mars und mit Asterix 2 zur Erde zurück fliegen und könnte die nächste Mission beim übernächsten Startfenster, das sind 51 Monate später, mit relativ geringem (absoluten) Energieaufwand durch Wiederverwendung der beiden Asterixe wiederholen. Bei einer projektierten Lebensdauer von 25 Jahren müssten die beiden Raumschiffe etwa sechs Langzeitmissionen durchführen können.

## **Dank**

Gerhard Thiele war der erste „Fachmann“, den ich mit meinen Ideen konfrontiert habe und der mich ermutigt hat, weiter daran zu arbeiten. Walter Lachenmeier, Markus Landgraf, Jürgen Herholz und Hannes Griebel haben mich mit Literatur versorgt und erste Diskussionen mit mir geführt, die Spannendes erwarten lassen. Meine Familie findet es ganz normal, dass ich mit Büchern, Taschenrechner und Notizblock ausgestattet mit ihr zum Strand gehe, was ich wiederum bemerkenswert finde.

## **Mission aus technischer Sicht**

In den ersten beiden Teilen dieses Artikels wurde in den letzten beiden Newsletters ein Konzept einer bemannten Kurzzeitmission zum Mars vorgestellt, die himmelsmechanischen Hintergründe erklärt und somit die theoretische Machbarkeit gezeigt. Grob gesagt dauert der Hinflug zum Mars acht Monate, der Aufenthalt sechs Wochen und der Rückflug zur Erde sechs Monate. Eine Besonderheit ist das Paternoster-Prinzip, also die Verwendung zweier Raumschiffe, die zwischen Erde und Mars auf freien Rückkehrbahnen pendeln und auf die die Astronauten sozusagen „aufspringen“. Das Raumschiff für den Hinflug wurde Obelix getauft, das für den Rückflug Asterix.

Dieser Teil befasst sich mit den technischen Randbedingungen und stellt Lösungsansätze für einige Detailprobleme vor.

## **Missionsprofil**

Mehrere Jahre vor Beginn der ersten bemannten Marsmission wird Obelix unbemannt auf eine exzentrische Bahn um die Sonne geschossen. Seine Masse beträgt 25000 kg. Eine Rakete der Größe der Saturn 5, die für das Apollo-Programm eingesetzt wurde, schafft es, Obelix einen Geschwindigkeitszuwachs von etwa 7400 m/s zu ermöglichen. Dies reicht aus, um das Schwerefeld der Venus zu erreichen.

Dort wird die Exzentrizität der Bahn durch einen nahen Vorbeiflug an dem Planeten weiter erhöht. Mehrere Monate später wird wieder die Erdbahn erreicht, wo ein weiteres Swingby an der Erde erfolgt und der endgültige hochexzentrische Orbit von Obelix erreicht wird, der bis zur Marsbahn reicht.

Versorgungsgüter für Obelix mit einer Masse von 10000 kg werden ebenfalls mit einer Rakete der gleichen Größenordnung auf Kurs für ein Rendezvous mit Obelix gebracht. Auch hier müssen ein oder mehrere Swingby-Manöver an der Erde und der Venus durchgeführt werden. Die Hälfte der Nutzlastmasse besteht aus Wasser, das Obelix später für seinen Ionenantrieb für Bahnänderungsmanöver brauchen wird, die andere Hälfte besteht aus Versorgungsgütern für die erste Besatzung. Eine Rakete der Größe der Saturn 5 schafft es, diese Masse auf eine Geschwindigkeitsdifferenz von mehr als 11000 m/s zu bringen.

Zwei Startfenster vor dem Beginn der ersten bemannten Mission wird Idefix, die Marsorbit-Station, auf einer energiearmen Hohmann-Bahn vom Erdorbit zum Marsorbit gebracht. Seine Masse wird mit 15000 kg angenommen. Selbst mit der Ausrüstung für die Abbremsung in der Atmosphäre des Mars kommt man auf ein Gesamtgewicht im Erdorbit von nur 85000 kg, was durchaus im Bereich konventioneller Trägerraketen liegt.

Asterix wird drei Jahre vor dem Beginn der Rückreise der späteren Mannschaft vom Mars, also 26,5 Monate vor deren Start von der Erde, ebenfalls mit einer Rakete der Größe einer Saturn 5 in seinen Orbit um die Sonne gebracht. Er enthält bereits die Versorgungsgüter für die Astronauten für den künftigen Rückflug vom Mars zur Erde. Insgesamt beträgt seine Masse 25000 kg.

Zum Startfenster vor der geplanten bemannten Mission werden zwei komplett ausgerüstete Lander mit einer Gesamtmasse von fast 20000 kg auf einer energiearmen Hohmann-Bahn vom Erdorbit zum Marsorbit geschickt, um dort automatisch mit Idefix zu koppeln. Dies ist mit einer einzigen Rakete wie die Saturn 5 machbar. Ein weiteres unbemanntes Raumschiff macht sich ebenfalls auf den Weg zu Idefix im Marsorbit. Es enthält etwas mehr als 18000 kg lagerbaren Flüssigtreibstoff für die spätere Rückkehr der Astronauten vom Marsorbit zu Asterix sowie Versorgungsgüter für den Aufenthalt auf dem Mars und im Marsorbit. Die Trägerrakete dazu muss eine Masse von knapp über 100000 kg in einen niedrigen Erdorbit bringen. Beide Raumschiffe werden bei der Ankunft am Mars atmosphärisch gebremst, verbrauchen dafür also keinen Treibstoff.

Die eigentliche bemannte Marsmission beginnt mit dem Start von zwei Taxis mit jeweils zwei Astronauten. Für jedes dieser Taxis ist wiederum eine Rakete wie die Saturn 5 erforderlich, weil Obelix ohne weitere Swingby-Manöver direkt vom Erdorbit aus erreicht werden muss. Ein Taxi ist sehr spartanisch ausgerüstet und hat eine Masse von unter 1700 kg. Diese Masse kann bei einer Gesamtmasse im Orbit von 120000 kg auf die notwendigen 22000 m/s beschleunigt werden, um Obelix direkt zu erreichen. Die Kopplung der beiden Taxis an Obelix findet wenige Tage nach dem Start von der Erde statt.

Der Weiterflug der vier Astronauten erfolgt an Bord von Obelix und dauert insgesamt acht Monate. An Bord von Obelix sind der notwendige Platz, alle Versorgungsgüter für die lange Reise und Atemluft- und Wasseraufbereitungsanlagen bereitgestellt.

Nach zwei Monaten wird der sonnennächste Punkt der Bahn erreicht, der fast der Bahn von Merkur entspricht. Obelix wendet stets die gleiche Seite der Sonne zu, die mit einer stark reflektierenden Folie versehen ist, die den größten Teil der Strahlungswärme reflektiert. Dahinter befindet sich ein Wärmetauscher, der die Instrumente und die Kabine von Obelix mit Wärme versorgt. Überschüssige Wärme wird von Radiatoren abgestrahlt. Vor ionisierenden Strahlen sind die Astronauten durch große Massen vor der Mannschaftskabine abgeschirmt. Vier Monate nach dem Start wird wieder die Erdbahn erreicht, allerdings mit einem großen Vorsprung vor der „dahinter anfliegenden“ Erde. Vier weitere Monate vergehen bis zum Erreichen der Marsbahn.

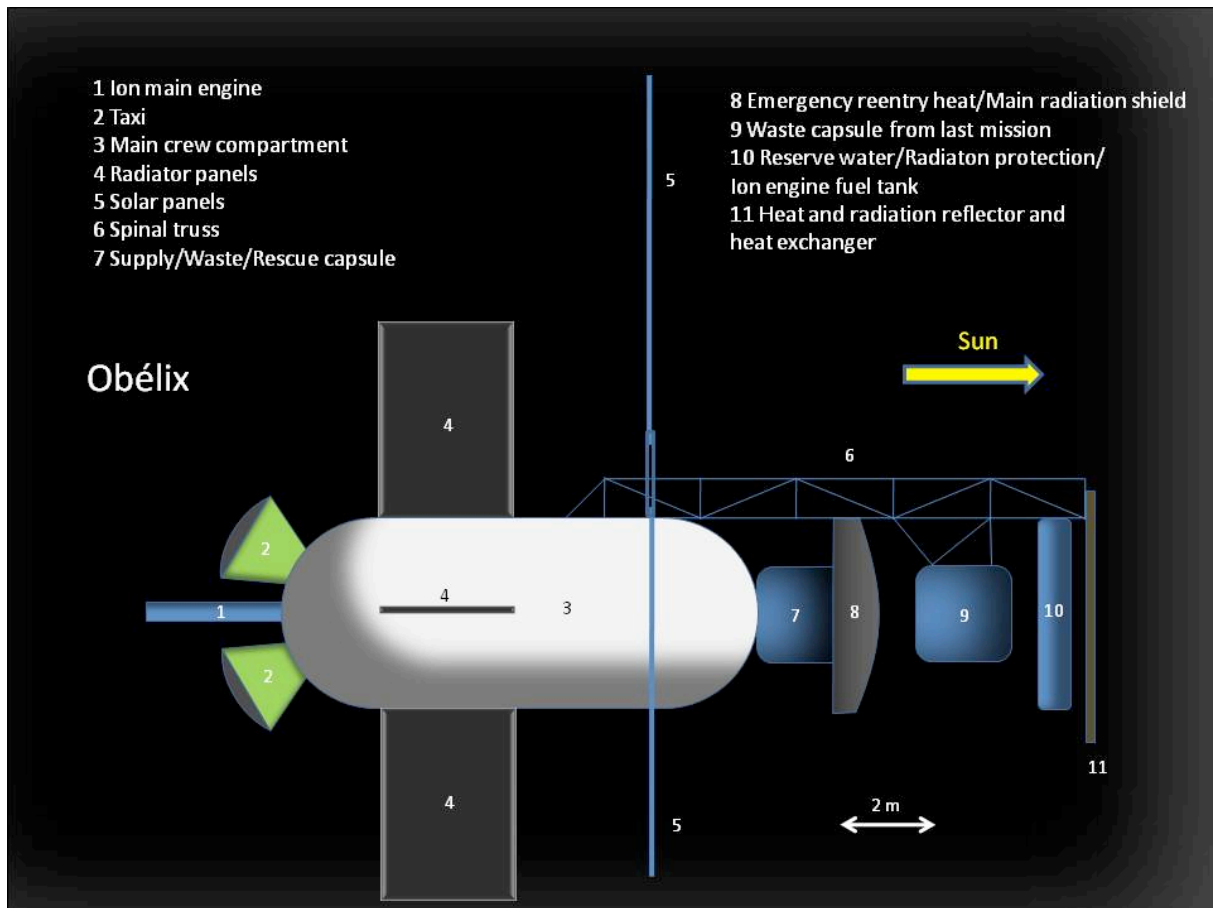


Bild 1: Obelix in Konfiguration Reise Erde-Mars.

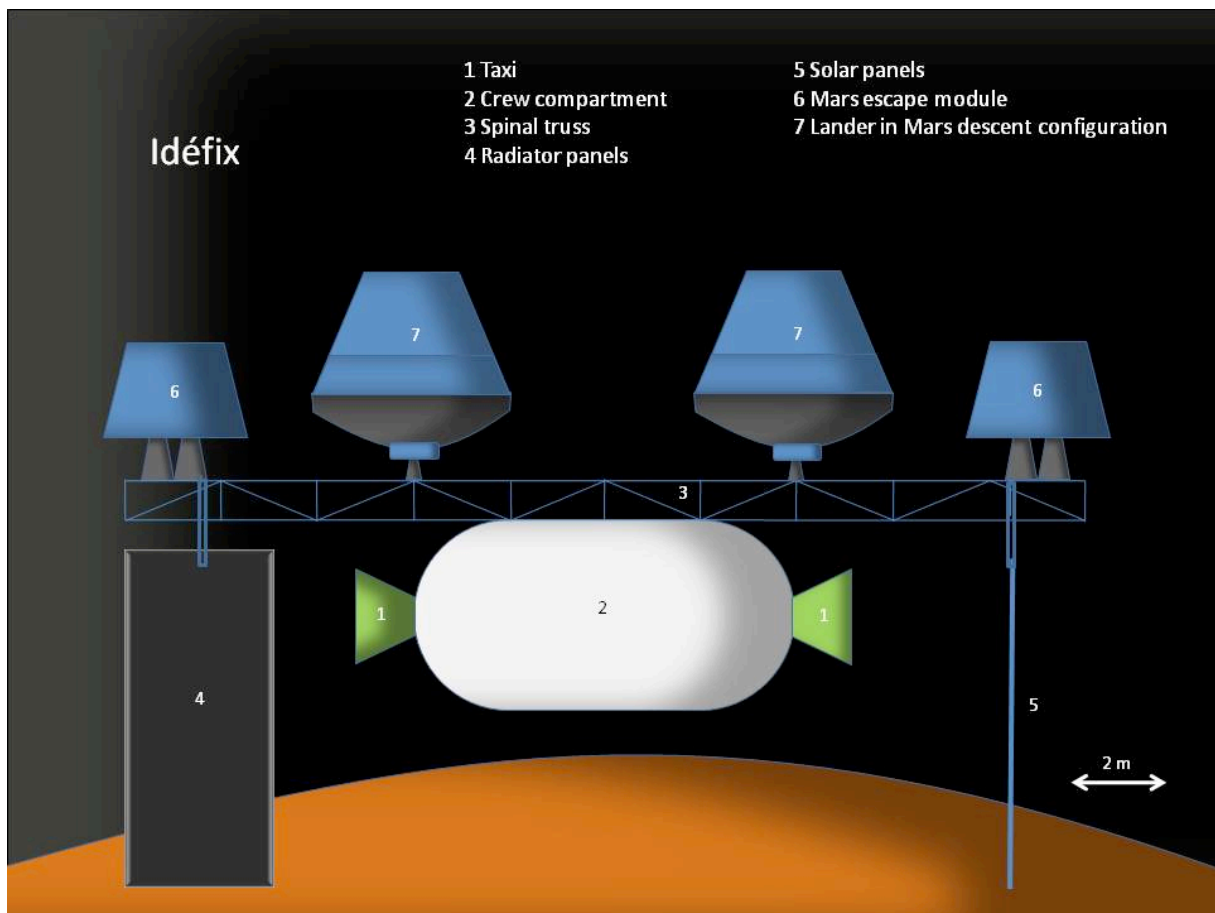
Falls während der Zeit technische Probleme mit irgendeiner der Komponenten der Marsmission auftreten kann der Flug abgebrochen werden, in dem die Astronauten einfach in Obelix verbleiben. Ein Jahr nach dem Abflug bzw. vier Monate nach dem Vorbeiflug am Mars wird die Erde wieder erreicht und die Astronauten können mit einer Rettungskapsel in die Atmosphäre der Erde eindringen, auf Orbitgeschwindigkeit abgebremst werden und von dort mit einer Raumfähre abgeholt werden.

Wenn der Flug störungsfrei verläuft lösen sich kurz vor Erreichen der Marsbahn die beiden Taxis mit den Astronauten von Obelix.

Obelix fällt nach Passieren des Mars antriebslos wieder zur Erde zurück, die er vier Monate später wieder erreichen wird. Durch ein Swingby-Manöver an der Erde wird er dort auf einen neuen Kurs zum Mars gebracht. Mit einem Ionentriebwerk, das mit

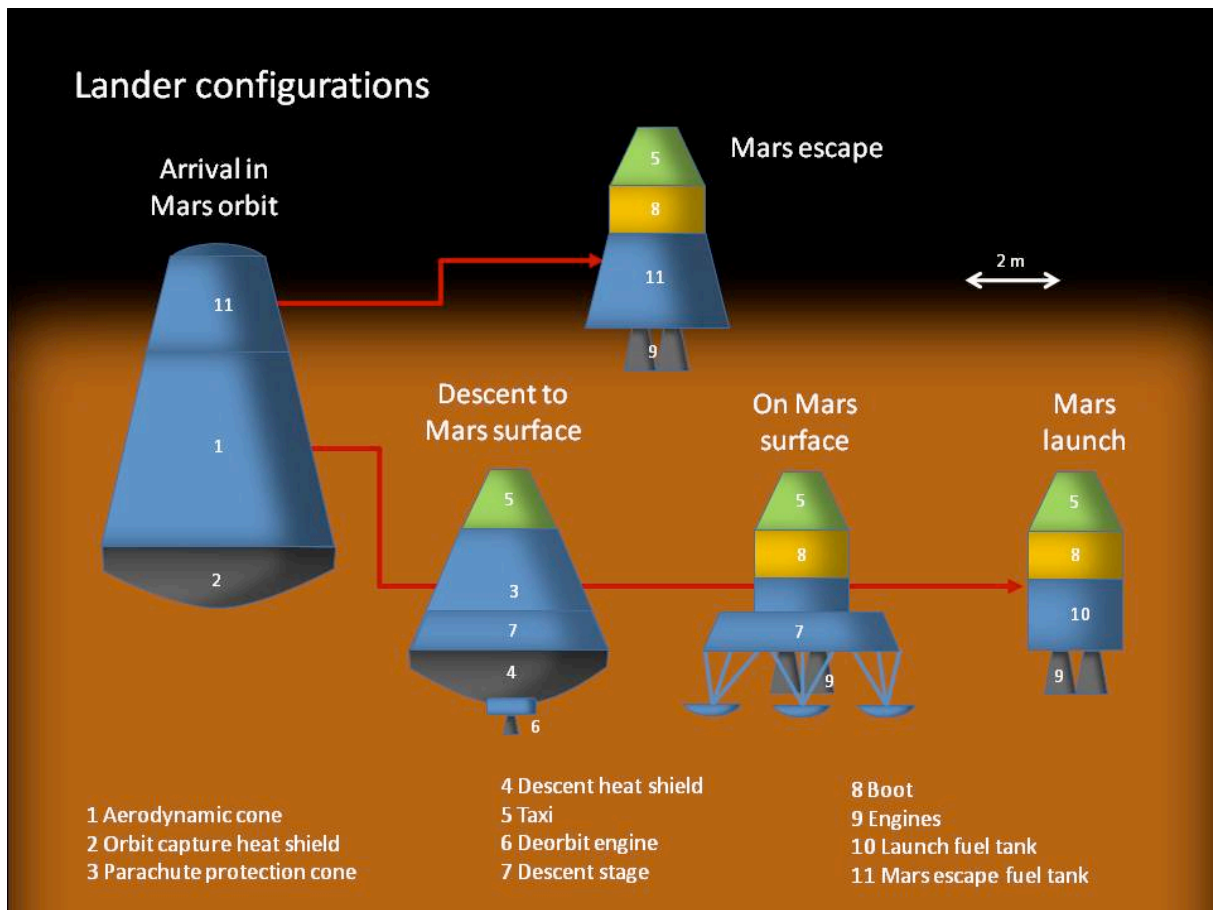
5000 kg Wasser betrieben wird, ist er in der Lage, bis zum nächsten oder übernächsten Startfenster wieder für einen Flug zum Mars auf dem richtigen Kurs zu sein. In dieser Zeit wird er von einem Versorgungsraumschiff erreicht und so für den nächsten bemannten Flug zum Mars vorbereitet.

Die beiden Taxis dringen in die Atmosphäre des Mars ein und werden dadurch auf eine Relativgeschwindigkeit abgebremst, die ein Einschwenken in einen niedrigen Marsorbit ermöglicht. Dort folgt dann die Kopplung mit Idefix.



*Bild 2: Idefix im Marsorbit nach Ankunft der Besatzung.*

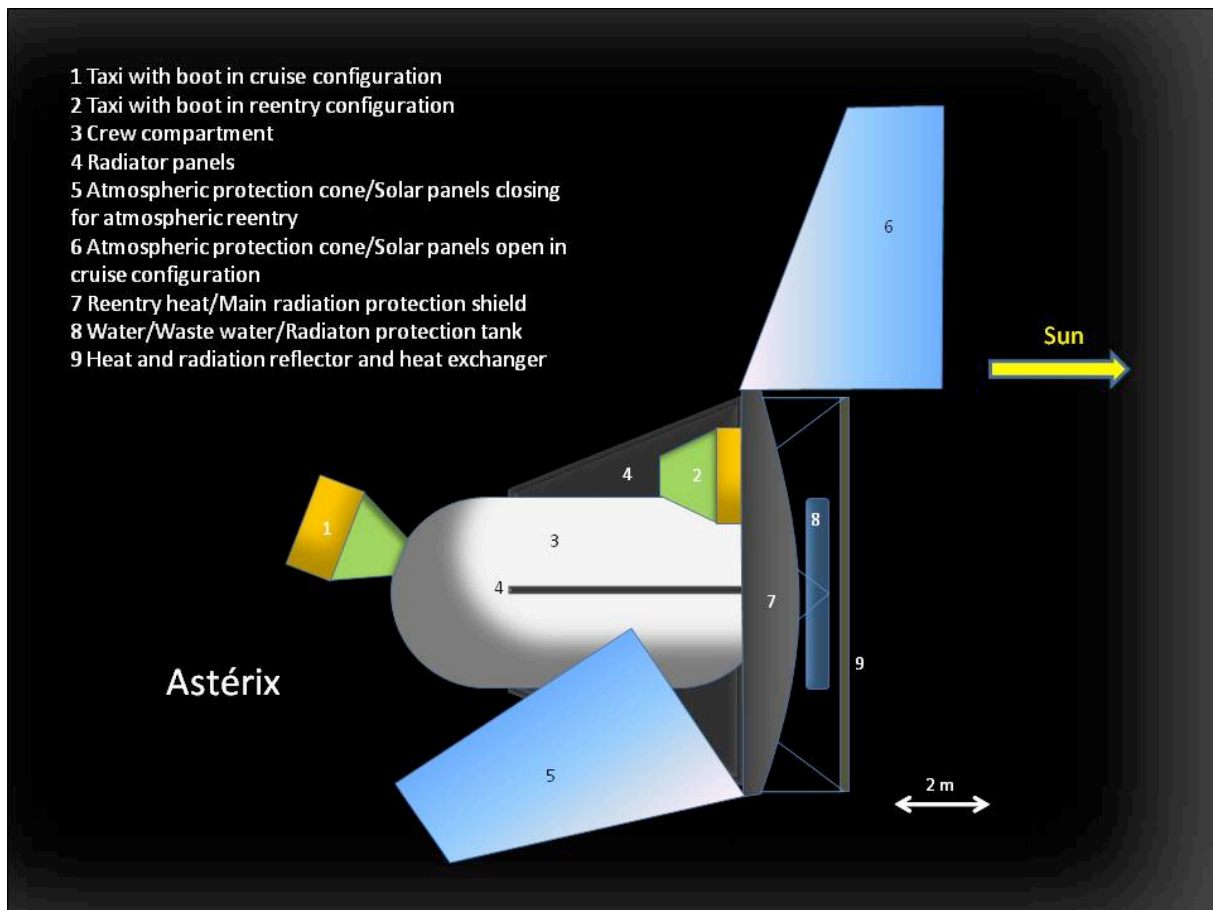
Die ersten beiden Besatzungsmitglieder landen wenige Tage später mit einem der beiden an Idefix gekoppelten Lander auf dem Mars, halten sich dort etwa zwei Wochen auf und starten dann wieder, um mit Idefix zu koppeln. Die beiden anderen Besatzungsmitglieder landen danach mit dem zweiten Lander an einer anderen Stelle auf dem Mars und kehren ebenfalls nach etwa zwei Wochen zu Idefix zurück. Details sind im nächsten Kapitel aufgeführt.



*Bild 3: Technische Umsetzung von Landung und Start auf dem Mars sowie des Fluchtmanövers aus dem Marsorbit.*

Nach 44 Tagen auf dem Mars oder im Marsorbit folgt das Verlassen des Marsorbits der beiden Taxis mit den Astronauten. Der benötigte Flüssigtreibstoff ist bei Idefix gelagert.

Nach wenigen Tagen Flug ist Asterix erreicht, der seit seinem Start vor zweieinhalb Jahren in seinem zweiten Orbit um die Sonne ist. Hier verbringen die Astronauten die sechs Monate Rückflugzeit zur Erde. Asterix ist dem „Schwesterraumschiff“ Obelix recht ähnlich. Auch seine Aufgabe ist, den Astronauten genügend Platz, Versorgungsgüter, Atemluft und Wasser zur Verfügung zu stellen. Asterix hat einen großen Hitzeschutzschild, der eine aerodynamische Abbremsung in der Atmosphäre der Erde ermöglicht. Die Reise endet daher in einem niedrigen Erdorbit, in dem die Astronauten von einer Raumfähre abgeholt werden können. Asterix wird im Anschluss daran im Erdorbit für seine nächste Reise zum Mars vorbereitet.



*Bild 4: Asterix in verschiedenen Konfigurationen beim Rückflug zur Erde.*

In der Zwischenzeit sind mit weiteren unbemannten Missionen zwei weitere Landefähren und ein Tank mit lagerbarem Flüssigtreibstoff zu Idefix im Marsorbit aufgebrochen und eine weitere Versorgungsmission für Obelix ist ebenfalls bereits auf Kurs, so dass die nächste bemannte Reise zum Mars vorbereitet ist. Vielleicht ist sogar bereits ein zweiter Asterix unterwegs, damit alle Startfenster für Reisen zum Mars genutzt werden können. Oder es wurde entschieden, nur jedes zweite Fenster zu nutzen, um die Startfrequenzen niedrig zu halten.

## **Landung und Start auf dem Mars**

Wie bei der konventionellen Mission zum Mars ist es auch beim Paternoster-Konzept sinnvoll, eine Mars-Infrastruktur vorab und ferngesteuert über eine energiegunstige Hohmann-Bahn zur Verfügung zu stellen. Durch den kurzen Aufenthalt von 44 Tagen ist der Aufwand hierfür allerdings viel geringer als bei dem konventionellen Szenario; lediglich im Marsorbit muss diese Infrastruktur vorhanden sein, auf dem Mars selber aufgrund der kurzen Aufenthaltszeit nicht. Natürlich drängt sich hierbei sofort der Verdacht eines geringeren wissenschaftlichen Nutzens einer solch kurzen Aufenthaltszeit auf. Bei genauerer Betrachtung ist der Nutzen allerdings nur unwesentlich verringert.

Im Marsorbit muss ein Modul zur Verfügung gestellt werden, das die Astronauten nach ihrem „Umstiegmanöver“ von Obelix zum Marsorbit aufnehmen kann. Dieses Modul soll „Idefix“ genannt werden. Idefix ermöglicht nicht nur die Versorgung der vier Astronauten für ihre Zeit im Marsorbit, sondern dient auch als Basisstation für



zwei Landefähren für jeweils zwei Astronauten. Selbstverständlich laufen die Systeme von Idefix während der Abwesenheit der Besatzung automatisch auf Standby oder werden so weit wie möglich abgeschaltet.

Die Landefähren sind ähnlich den Landefähren aus dem Apollo-Programm relativ spartanisch gehalten. Dennoch sollten sie den beiden Insassen einen wesentlich längeren Aufenthalt auf der Marsoberfläche ermöglichen. Anzupeilen sind ein bis zwei Wochen. Auch ein Marsauto wäre notwendig. Dennoch ist keinesfalls eine komplexe Infrastruktur für einen Daueraufenthalt auf dem Mars erforderlich. Des Weiteren ermöglichen die beiden Landungen eine größere Flexibilität als eine einmalige Landung an einem Ort. Die jeweiligen Aufenthalte auf der Oberfläche können ausnahmslos für wissenschaftliche Untersuchungen verwendet werden; weitere Arbeiten an der Infrastruktur am Marsboden sind nicht notwendig. So rechtfertigt der viel geringere Aufwand eines kurzen Aufenthalts die geringen Einbußen an wissenschaftlichem Ertrag verglichen mit einem langen Aufenthalt.

Je nach Bedarf könnten vielleicht auch drei oder vier kleinere Landefähren an Idefix angebracht werden; selbstverständlich dann ausgelegt auf kürzere Aufenthalte auf der Marsoberfläche und Einschränkungen der Mobilität am Boden.

Bei einem Leergewicht von 2500 kg bräuchte ein Lander etwa 3800 kg Treibstoff für den Rückflug von der Marsoberfläche in einen niedrigen Marsorbit. Geht man davon aus, dass die Landung auf dem Mars ausgehend von einem niedrigen Marsorbit mit einer relativ leichten Ausrüstung zu bewerkstelligen ist, da der größte Teil der Geschwindigkeit durch einen Hitzeschild und durch Fallschirme in der Marsatmosphäre abgebaut werden kann, bevor letztendlich Raketentriebwerke für ein weiches Aufsetzen verwendet werden müssen, kommt man auf eine Gesamtmasse von etwa 7800 kg. Diese Masse wird über eine Hohmann-Bahn vom Erdorbit zum Marsorbit gebracht. Auch für die Abbremsung von der Hohmann-Bahn auf den niedrigen Marsorbit kann die Atmosphäre des Mars verwendet werden, so dass die Masse des Landers nach dem Verlassen des Erdorbits in etwa 9850 kg betragen könnte. Dazu ist eine Treibstoffmasse von etwa 34400 kg notwendig, also eine Gesamtmasse von 88500 kg für beide Lander im Erdorbit. Das ist weit weniger als die Nutzlast einer Saturn 5-Rakete.

Idefix selber kann ebenfalls mit einer einzigen Rakete zum Marsorbit gebracht werden. Eine Leermasse von 15000 kg wird angenommen. Mit der Einrichtung für die aerodynamische Abbremsung am Mars steigt die Masse auf fast 19000 kg, was zu einer aus dem Erdorbit zu beschleunigenden Gesamtmasse von 84000 kg führt.

### **Konfigurationen und einige Details der Paternoster**

Die Paternoster Obelix und Asterix ähneln technisch prinzipiell einer kleinen Raumstation wie z.B. Saljut. Allerdings gibt es wichtige Unterschiede zu überwiegend für wissenschaftliche Missionen konzipierte Raumstationen: es müssen keine Laborgeräte mitgenommen werden, wodurch die Versorgung mit Energie und Abfuhr der Abwärme (und damit aufwändige Kühlkreisläufe) entfallen. Des Weiteren wird stets die gleiche Seite zur Sonne gewandt und es entfällt der bei Raumstationen gewohnte Durchlauf der Nachtseite der Erde, was zu konstanten thermischen Belastungen und stets konstanten Stromfluss aus den Solarzellenflächen führt. Auch

Probleme mit Gravitationsgradienten und Reibung an Restatmosphäre, die bei Raumstationen technisch bedeutsam sind, entfallen.

Allerdings sind die Anforderungen an die Autonomie der Systeme höher als bei Raumstationen im nahen Erdorbit, die relativ einfach mit Nachschubgütern versorgt werden können; wie oben erwähnt kann Obelix höchstens ein Mal pro Jahr von Nachschubtransporten von der Erde erreicht werden, und diese Transporte sind aufgrund der hohen Exzentrizitäten der Orbits mit einem hohen Energieaufwand verbunden. Asterix ist nur alle drei Jahre zur Wartung im Erdorbit. Für die Versorgung eines einzigen Astronauten pro Tag werden Güter von etwa 13 kg benötigt (im Wesentlichen Nahrung, Wasser, Sauerstoff, Kleidung); der größte Anteil davon ist Wasser. Sauerstoff kann mit einem realistischen Aufwand aus dem ausgeatmeten Kohlendioxid zurückgewonnen werden; die Technologie ist für die nahe Zukunft auf der internationalen Raumstation geplant und bei einer zukünftigen Marsmission sicher Stand der Technik. Zusätzlicher Sauerstoff, der in nur geringen Mengen vom Körper absorbiert wird, und der Stickstoff, der aufgrund von Leckverlusten ersetzt werden muss, kann aus Urin gewonnen werden (Elektrolyse der Wasseranteile und Umsetzung von Ammoniak; Abfallprodukt ist in beiden Fällen Wasserstoff, der für die Lagekontroll-Triebwerke genutzt oder einfach abgeblasen werden kann). Eine Wiederaufbereitung des Wassers, das zur Körperpflege benötigt wird, müsste durchgeführt werden, allerdings ist dabei keine hohe Trinkwasserqualität notwendig, so dass sich der Aufwand in Grenzen halten dürfte.

Ein Problem, so merkwürdig dies auch klingen mag, ist tatsächlich die Kleidung der Astronauten. Etwas mehr als 1 kg pro Tag wird benötigt. Eine Waschmaschine würde sehr viel Wasser benötigen. Auch hier wäre eine Aufbereitung des Wassers prinzipiell denkbar, aber alleine die Verluste, also der Rest nicht wiederaufbereitenbaren Wassers, könnte durchaus die gleiche Größenordnung erreichen wie das Gewicht der Kleidung. Es ist in jedem Falle anzustreben, dass von den benötigten 13 kg (oder mehr beim Einsatz einer Waschmaschine) 10 kg pro Tag wieder aufbereitet werden können. Für Obelix würde das bedeuten, dass eine einmalige Beladung von 4380 kg (für vier Astronauten und 365 Tage) für die erste Mission und dann für jede weitere Mission 2920 kg (Hinflug 243 Tage) an Verbrauchsmaterialien benötigt würde. Asterix braucht für jede Mission 2240 kg Nachschub. Hinzu kommen natürlich weitere Güter, wie zum Beispiel die Verpackungen für die Nahrungsrationen, Katalysatoren, Molekularsiebe und Filter, die bei der Atemluft- und Wasseraufbereitung verbraucht werden, sowie diverse Ersatzteile. Realistischerweise müsste man in etwa die doppelte Masse ansetzen. Dennoch hält sich, falls sich die genannte Bedingung der Wiederaufbereitungskapazität erfüllen lässt, der Aufwand in Grenzen. Bei einer konventionellen Langzeitmission müssten jedenfalls noch höhere Anforderungen an Wiederaufbereitungstechnologien und sicher auch an die Logistik gestellt werden.

Ein weiterer Unterschied zu erdnahen Raumstationen ist die Anforderung an die Abschirmung der harten Strahlung von der Sonne. Hierzu sind dicke und daher sehr schwere Abschirmungen unumgänglich. Allerdings ist die Nutzung einer Synergie denkbar. Asterix muss zur Rückkehr der Astronauten bei der Erde einen Hitzeschutzschild verwenden, weil die Abbremsung bei der Erde energiesparend am besten aerodynamisch durch einen kurzen Durchflug durch die Atmosphäre zu bewerkstelligen ist. Hier kann die gleiche ablativ Technologie zur Anwendung kommen wie bei konventionellen Raumkapseln, wie z. B. aus dem Apollo-Programm.

Es wird also ein dicker und massiver Hitzeschutzschild notwendig. Dies kann aus Blei oder realistischer einer Bleilegierung hergestellt werden. So kann der Hitzeschutzschild gleichzeitig als Strahlungsschutzschild verwendet werden. Dies bedingt, dass Asterix stets die gleiche Seite der Sonne zuwenden muss, was allerdings technologisch zu bewältigen ist. Bei Obelix sind aufgrund des nahen Vorbeiflugs an der Sonne (zur Erinnerung: es wird fast die Merkurbahn erreicht) die Anforderungen hier noch höher. Allerdings braucht auch Obelix eine Rettungskapsel mit Hitzeschutzschild, falls die Astronauten ihren Flug abbrechen müssten und nach einem Jahr wieder die Nähe der Erde erreichen würden. Des Weiteren braucht Obelix 5000 kg Wasser für seinen Ionenantrieb für die Korrektur seiner Bahn für die nächste Marsmission und es fallen weitere 5000 kg bei jeder Mission als „Abfall“ an. Diese großen Massen dienen als zusätzlicher Strahlungsschutz.

### Berechnungen, Ergebnisse und weitere Einzelheiten

Basis der Berechnungen für den Zusammenhang von Geschwindigkeitsdifferenzen und hierfür benötigte Treibstoffmassen ist die Ziolkowsky-Gleichung:

$$m_T = m_L \left( e^{\frac{\Delta v}{c}} - 1 \right) \quad (30)$$

$m_T$ : Treibstoffmasse

$m_L$ : Leermasse

$\Delta v$ : Geschwindigkeitsdifferenz

$c$ : Strahlgeschwindigkeit des Triebwerks

Es ist dabei zu beachten, dass in  $\Delta v$  die jeweiligen astronautischen Geschwindigkeiten von Erde und Mars mit einbezogen werden müssen. Das bedeutet zum Beispiel für das Verlassen des Erdorbits in eine Hohmann-Bahn, dass für  $\Delta v$  3160 m/s (für die Hohmann-Bahn) plus 3900 m/s (für das Verlassen des Schwerefeldes der Erde, ausgehend von einem niedrigen Erdorbit) eingesetzt werden muss.

Eine Zusammenfassung aller Berechnungsergebnisse ist in Tabelle 1 gezeigt.

*Tabelle 1: Benötigte Massen für einzelne Raumfahrzeuge*

Process	Empty mass [kg]	$\Delta v$ [m/s]	$c$ [m/s]	Fuel mass [kg]	Total mass [kg]	Mass from Earth orbit [kg]
Lander Mars launch	3500	3700	3600	6282	10410	0
Lander Earth orbit to Mars orbit	20625	3727	4300	28448	51918	103835
Taxi from Mars orbit to Asterix	3500	3108	3600	4798	8778	0
Taxi escape fuel Earth orbit to Mars orbit	6597	3727	4300	9099	16606	33213
Asterix	25000	3806	4300	35587	64146	64146
Obelix consumables supply	7000	11834	4300	102729	120002	120002
Taxi to Obelix	7000	11834	4300	102729	120002	240004
Obelix	25000	6424	4300	86364	120000	120000
Additional Mars orbit supply	25000	3727	4300	34482	62930	62930
Maximum $\Delta v$ for Obelix correction	30819	2472	10500	8181	8999	0

Hierzu wurde von folgenden Annahmen ausgegangen:

Der Lander muss eine Nutzlast von 2500 kg von der Marsoberfläche in einen niedrigen Marsorbit bringen.

Die beiden Taxis haben ein Leergewicht von jeweils 1646 kg (dies wurde so angesetzt, dass letztendlich eine einzige Großrakete genügt, ein Taxi mit zwei Astronauten auf Kurs zu Obelix zu bringen). Beim Rückflug vom Mars zu Asterix können allerdings insgesamt 4000 kg mitgenommen werden.

Asterix hat eine Masse von 20000 kg, inklusive der Verbrauchsmaterialien für die Astronauten.

Obelix hat eine Leermasse von 25000 kg, also ohne Zuladung.

Obelix braucht für jede Mission eine Zuladung von 10000 kg, davon ist die Hälfte Wasser für den Ionenantrieb und die andere Hälfte besteht aus den Verbrauchsmaterialien für die Astronauten.

Idefix hat eine Leermasse von 15000 kg.

Darüber hinaus gilt folgende Annahme: Eine aerodynamische Abbremsung, egal ob bei Mars oder Erde, erfordert ein Zusatzgewicht von 25 % für den erforderlichen Hitzeschutz und Treibstoff für Bahnkorrekturmanöver. Daher sind beispielsweise für Idefix 18750 kg statt der oben genannten 15000 kg Leermasse angesetzt. Die Lander müssen sogar zwei Mal eine aerodynamische Abbremsung durchführen; bei der Ankunft beim Marsorbit und dann bei der Landung auf dem Mars. Daher steigt die Masse von 6305 kg nach der Landung auf dem Mars auf eine Nutzlast von 9851 Kg beim Abflug vom Erdorbit.

In Tabelle 2 sind die verwendeten Geschwindigkeitsdifferenzen für die Berechnungen mit Formel (30) und die Ergebnisse in Tabelle 1 gezeigt.

*Tabelle 2: Erforderliche Geschwindigkeitsdifferenzen*

$\Delta v$ Escape Earth orbit [m/s]	3900
$\Delta v$ Mars surface to orbit [m/s]	3700
$\Delta v$ Escape Mars orbit [m/s]	1500
$\Delta v$ Earth-Obelix [m/s]	16260
$\Delta v$ Earth-Asterix [m/s]	3440
$\Delta v$ Mars-Asterix [m/s]	4620
$\Delta v$ Earth-Hohmann [m/s]	3160

Entscheidend für die benötigten Treibstoffmassen sind, was aus Gleichung (30) leicht ersichtlich ist, die Strahlgeschwindigkeiten der verwendeten Triebwerke. Hier werden drei verschiedene Werte eingesetzt. Beim Verlassen der Erdumlaufbahn können nicht-lagerbare kryogene Treibstoffe verwendet werden, also Wasserstoff und Sauerstoff. Die Strahlgeschwindigkeit wird hier mit 4700 m/s angenommen. Zum Verlassen der Marsoberfläche oder des Marsorbits können solche Treibstoffe allerdings nicht verwendet werden. Hier müssen lagerbare Flüssigtreibstoffe eingesetzt werden, deren Strahlgeschwindigkeiten mit 4000 m/s angenommen werden. Die Bahnkorrektur von Obelix kann mit einem elektrisch betriebenen Schwachschub-Triebwerk durchgeführt werden, weil hierfür eine Brenndauer von zwei oder noch mehr Jahren kein Problem darstellt. Solch ein Ionenantriebwerk kann eine Strahlgeschwindigkeit von 11500 m/s erreichen. Es muss eingeräumt werden,

dass diese Strahlgeschwindigkeiten alle über den derzeitigen technischen Möglichkeiten liegen. Dennoch sind die Annahmen nicht utopisch und liegen im Bereich des Vorstellbaren. Eine weitere Vereinfachung besteht darin, dass die Masse der Treibstofftanks und der Triebwerke ignoriert wurde, die natürlich ebenfalls mit beschleunigt werden müssen.

Werfen wir einen Blick auf die letzte Spalte von Tabelle 1. Es wird klar, dass alle Lasten die Grenze von 120000 kg im niedrigen Erdorbit nicht überschreiten. Dies bedeutet, dass sie mit Trägerraketen der Größe der Saturn 5 befördert werden können. Für den Transport des Treibstoffes für die Taxis zum Flug zu Asterix und den Transport von Idefix in den Marsorbit sind sogar kleinere Trägerraketen ausreichend. Oder anders gesagt, hier stehen gewisse Reserven zur Verfügung. Es kann also noch mehr Last in den Marsorbit oder zum Mars gebracht werden, wie z.B. ein Marsrover mit Druckkabine und Vorräten für einen mehrwöchigen Aufenthalt auf der Oberfläche oder Infrastrukturelemente für eine spätere Langzeitmission.

Im Folgenden seien noch die Besonderheiten zur Installation von Obelix in seinem Orbit erläutert. Wie oben erwähnt beträgt der Geschwindigkeitsbedarf aus dem niedrigen Erdorbit auf den Obelix-Orbit 20160 m/s. Dies führt bei einer Masse von 25000 kg zu einer Treibstoffmasse von 1798000 kg mit einer angenommenen Strahlgeschwindigkeit von 4700 m/s. Dies ist natürlich völlig unrealistisch. Ausweg wäre die Verwendung eines Ionenantriebs, der aufgrund seiner extrem hohen Strahlgeschwindigkeit von 11500 m/s das Treibstoffgewicht drastisch auf ein realistischeres Saturn 5-Äquivalent bringen würde. Eine überschlägige Rechnung zeigt allerdings, dass dies auch keine durchführbare Lösung ist, weil die dann erforderlichen antriebsstarken Ionentriebwerke technologisch noch nicht in Sicht sind. Es ist allerdings nicht notwendig, Obelix bereits mit einem „Schuss“ auf seine Bahn zu bringen.

Raumsonden zu den äußeren Planeten werden mit Hilfe sogenannter Swingby-Manöver auf energiesparende Weise auf Kurs gebracht, in dem sie typischerweise an Venus, Mars und manchmal auch durch einen nahen Vorbeiflug an der Erde gewissermaßen „Schwung“ holen, um beispielsweise den Planeten Jupiter zu erreichen (Jupiter selber kann dann als „Schleuder“ zu weiter entfernten Planeten dienen). Ebenso kann Merkur, der sonnennächste Planet, am energiesparendsten dadurch erreicht werden, indem ein Swingby-Manöver an der Venus durchgeführt wird. Die Lösung ist, Obelix dadurch auf seine endgültige hochexzentrische Ein-Jahres-Bahn zu bringen, in dem zuerst an der Venus und dann an der Erde vorbeigeflogen wird. Leider bin ich bisher nicht in der Lage, hierzu genaue Rechnungen durchzuführen, es ist aber bekannt, dass sowohl Merkur als auch Mars durch dieses Manöver zu erreichen sind, und die „Eintreffgeschwindigkeiten“ sind den hier berechneten Vorbeifluggeschwindigkeiten von Obelix am Mars und in Merkurnähe recht ähnlich. Eine Rakete der Größe der Saturn 5 sollte für dieses Manöver ausreichend sein. In der Berechnung oben ist jedenfalls das  $\Delta v$  so eingesetzt, dass eine Gesamtmasse von 120000 kg im Erdorbit ausreichend ist.

Ein weiteres Problem ist die Drehung des Orbits von Obelix um  $51^\circ$ , wie oben erwähnt, um für die nächste Mission zum Mars auf Kurs zu sein. Dies müsste ebenfalls durch Swingby-Manöver an Mars oder Erde und vielleicht auch Venus erreicht werden. Zusätzlich ist hier die Verwendung eines Ionentriebwerks mit einer Treibstoffmasse von 5000 kg Wasser (das vor „Verwendung“ elektrolytisch in

Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt werden müsste) eingeplant. Obelix kann damit um bis zu 1773 m/s beschleunigt oder verzögert werden.

Swingby-Manöver können auch bei der Versorgung von Obelix mit Verbrauchsmaterialien angewendet werden, allerdings ist aber auch nur eine Nutzlast von 10000 kg notwendig. Hier wurde ein maximales  $\Delta v$ , das mit einer Saturn 5-äquivalenten Rakete erreichbar ist, angesetzt.

Eine Bilanz sieht also folgendermaßen aus:

- Einmalig ein Saturn 5-Äquivalent, um Obelix auf die Bahn zu bringen
- Einmalig ein Saturn 5-Äquivalent, um Idefix im Marsorbit zu platzieren (inklusive einer großen Reserve)

Für jede Mission

- Ein Saturn 5-Äquivalent für die Versorgung von Obelix
- Ein Saturn 5-Äquivalent für Asterix
- Ein Saturn 5-Äquivalent für die Platzierung von zwei Landern bei Idefix im Marsorbit (inklusive einer großen Reserve)
- Ein Saturn 5-Äquivalent für den Treibstoff zum Aufsprung der Taxis vom Marsorbit auf Asterix und Versorgungsgütern für Idefix (inklusive einer großen Reserve)
- Zwei Saturn 5-Äquivalente für den Aufsprung der Taxis vom Erdborbit auf Obelix

Dies bedeutet, zwei Saturn 5-Äquivalente einmalig und weitere sechs Saturn 5-Äquivalente für jede Mission. Mit anderen Worten, die erste Mission zum Mars würde in etwa im gleichen Zeitraum wie das Apollo-Programm in etwa den gleichen Aufwand an Startkapazität bedeuten.

Nun noch zu einigen technologischen Besonderheiten, die durch den nahen Vorbeiflug von Obelix an der Sonne resultieren.

Obelix nähert sich bei seinem Flug von der Erde zum Mars in seinem Perigäum bis auf  $7,00 \times 10^{10}$  m der Sonne, das heißt, er kreuzt fast die Bahn des Merkur. Dies lässt vermuten, dass die Belastungen von ionisierenden und thermischen Strahlen der Sonne zu großen technologischen Problemen führen könnten. Zunächst soll eine Abschätzung zur Größe dieser Belastung relativ zu der gleichen Belastung in Entfernung der Umlaufbahn der Erde um die Sonne gemacht werden. Strahlenbelastungen nehmen mit Entfernung von der Sonne mit dem Faktor  $1/r^2$  ab. Damit lässt sich leicht errechnen, dass die Strahlenbelastung für Obelix im Perigäum in etwa 4,5 Mal so stark wie in Erdnähe ist.

Was bedeutet dies aus technologischer Sicht? Es ist günstig, nur eine kleine Fläche der Mannschaftskabine von Obelix der Strahlung der Sonne auszusetzen. Angenommen wird, dass diese Kabine zylinderförmig ist, mit einem Durchmesser von 4 m und einer Länge von 10 m. Es wird stets die Stirnfläche des Zylinders der Sonne zugewandt. Die Größe dieser Fläche ist  $12,57 \text{ m}^2$ .

Die thermische Leistung der Strahlung der Sonne beträgt bei Erdentfernung  $1371 \text{ W/m}^2$ , woraus folgt, dass sie beim Perigäum von Obelix  $6212 \text{ W/m}^2$  beträgt. Die Stirnfläche nimmt daher also maximal eine Leistung von  $78,80 \text{ kW}$  auf (zum Vergleich: dies entspricht in etwa dem Wärmeumsatz, den die ISS hat). Ein typischer herkömmlicher Radiator kann  $210 \text{ W/m}^2$  abstrahlen. Es wäre also im ungünstigsten Falle eine Radiatorenfläche von  $371,8 \text{ m}^2$  notwendig. Bei dieser Abschätzung ist allerdings nicht berücksichtigt, dass Obelix kein schwarzer Strahler ist. Er kann an der Stirnseite mit einer hochreflektierenden Folie versehen werden, die man realistischweise mit einem Emmissionskoeffizienten von  $0,2$  ansetzen kann. Das bedeutet, dass  $80 \%$  der Wärmestrahlung reflektiert wird und daher nicht mit Radiatoren abgeführt werden muss.

In der Praxis könnte man sich daher Obelix mit vier Radiatorenflügeln ausgestattet vorstellen, die längs zur Sonne ausgerichtet sind und die überschüssige Wärme ins Weltall abstrahlen. Diese Radiatoren wären dann bei einer Breite von  $2 \text{ m}$  gerade mal  $4,6 \text{ m}$  lang (zu beachten ist, dass sie beidseitig die Wärme abstrahlen). Tatsächlich wird allerdings eine größere Fläche benötigt, weil die Geräte in Obelix (im Wesentlichen die Atemluft- und Wasseraufbereitung) viel Abwärme erzeugen, die auch abgestrahlt werden muss. Andererseits wird auch die Mannschaftskabine selbst eine gewisse Wärmeleistung passiv abstrahlen, was wiederum die Radiatorengröße reduziert. Wie viel dies sein wird entzieht sich einer einfachen Abschätzung. Es kann dennoch festgehalten werden, dass der nahe Vorbeiflug von Obelix zumindest aus thermischer Sicht keine allzu großen technologischen Probleme verursachen wird.

Um die Astronauten in Obelix auch beim nahen Vorbeiflug an der Sonne vor deren ionisierender Strahlung zu schützen ist eine Abschirmung mit einer Masse von  $1000 \text{ kg pro m}^2$  der Außenhülle notwendig. Obwohl hier nur die Stirnseite in Betracht gezogen werden muss, sind das dennoch beinahe  $13000 \text{ kg}$ . Dieses Ergebnis ist auf den ersten Blick entmutigend. Wie aber bereits erwähnt können Synergien genutzt werden. Ein Schutzschild, der für die Rettungskapsel von Obelix ohnehin notwendig ist, kann aus einer Bleilegierung hergestellt werden. Gehen wir davon aus, dass dieser Schild  $3000 \text{ kg}$  wiegt (selbstverständlich wäre ein konventioneller Wiedereintritts-Hitzeschild aus einem Kunstharz wesentlich leichter, hätte allerdings beinahe keine Schutzfunktion gegen Strahlung). Des Weiteren wurde oben vorgerechnet, dass Obelix eine Beladung von etwa  $5000 \text{ kg}$  Verbrauchsgütern für jede Mission benötigt.

Fast die komplette Menge dieser Verbrauchsmaterialien fällt als Abfall im Laufe der Mission wieder an. Außerdem besteht beinahe die Hälfte dieser Masse aus Wasser. Die gleiche Menge Wasser, also nochmals  $5000 \text{ kg}$ , wird für die Bahnänderung von Obelix für die nächste Mission von dessen Ionentriebwerken benötigt; hierzu mehr oben. Es sollte also kein Problem sein, die erforderlichen  $13000 \text{ kg}$  zwischen den Reflektor für die einfallende thermische Strahlung der Sonne und der Mannschaftskabine zu platzieren. Dies bedeutet, dass die ionisierende Strahlung zunächst durch den Wassertank für den Ionenantrieb von Obelix und dann durch den Abfall der letzten Marsmission durchkommen muss, bevor sie die dicke Bleischicht erreicht. Der Vorteil dieser Anordnung ist, dass die Strahlung bereits beim Erreichen der Bleischicht schon so stark abgeschwächt ist, dass die gefährliche Bremsstrahlung, die beim Auftreffen von harter Strahlung auf die schweren Bleiatome entsteht, nicht mehr wesentlich ist. Eine weitere Möglichkeit, die Strahlenbelastung zu reduzieren, wäre möglicherweise das Prinzip der

Röntgenreflexion. Die Schutzschicht aus Bleilegierung könnte vielleicht entsprechend ausgelegt werden, Strahlung nicht nur zu absorbieren, sondern auch wenigstens teilweise zu reflektieren.

Der elektrische Energiebedarf ist schwer abzuschätzen. Durch den Verzicht auf wissenschaftliche Geräte könnte er geringer sein als bei einer Raumstation, aber durch die Erhöhung der Wiederaufbereitungskapazität für Wasser und Atemluft kann er auch sehr schnell in die Höhe steigen und möglicherweise sogar zu einem im Vergleich zu einer Raumstation erhöhten Bedarf führen. Energiequelle der Wahl ist wie bei Raumstationen die Solarenergie. Beim nahen Vorbeiflug an der Sonne von Obelix wird hier sehr viel Energie gewonnen, allerdings kann am sonnenfernsten Punkt von Asterix, der weit hinter der Marsbahn liegt, nur noch mit einer geringen Intensität der Sonnenstrahlen gearbeitet werden. Dieser Teil der Mission ist aber unbemannt, so dass der Energiebedarf wohl gedeckt werden kann. In Marsentfernung von der Sonne können Solarzellen noch sicher eingesetzt werden, wie aus aktuellen unbemannten Marsmissionen bekannt ist. Die Verwendung von Batterien wie bei einer Raumstation in einem niedrigen Erdorbit ist nicht notwendig, weil die Solarzellen stets optimal zur Sonne ausgerichtet sind und keine Abschattung (wie bei einer Raumstation beim Durchfliegen der Nachtseite der Erde) stattfinden kann.

Hauptanforderung bei der kompletten Mission ist eine extrem hohe Zuverlässigkeit aller Systeme, weil praktisch jeder Totalausfall eines der Systeme in den Paternostern katastrophale Konsequenzen hätte. Hier besteht allerdings kein Unterschied zu der Strenge dieser Anforderung bei konventionellen bemannten Marsmissionsideen.

Besonders kritisch sind in diesem Zusammenhang allerdings die „Deep Space Rendezvous“-Manöver der beiden Taxis mit Obelix und in noch verstärktem Maße mit Asterix. Da die Taxis aufgrund von Gewichtsbeschränkungen nur sehr spartanisch ausgerüstet werden können, ist es für das Überleben der Astronauten absolut erforderlich, dass zunächst Obelix und später auch Asterix erreicht werden. Dies bedeutet, dass eine Störung des Antriebs beim Verlassen der Erd- oder Marsumlaufbahn oder Schwierigkeiten bei der Ankopplung an die Paternoster fatale Folgen hätten. Sollten Probleme noch im Erdorbit oder kurz nach Verlassen desselben festgestellt werden, könnte die Reise noch abgebrochen werden. Allerdings haben die Taxis zum Erreichen von Asterix aus dem Marsorbit nur ein sehr kurzes Startfenster von vielleicht wenigen Stunden, das unbedingt genutzt werden muss.

Wie kritisch diese Risiken tatsächlich sind, vermag ich nicht zu sagen. Bei den Apollo-Missionen sind jedoch meines Wissens bei vergleichbaren Manövern nie ernsthafte Schwierigkeiten aufgetreten. Daher bin ich zuversichtlich, dass beim Stand der Technik in naher Zukunft die Risiken kalkulierbar sind. Des Weiteren besteht durch die Verwendung von zwei Taxis eine gewisse Redundanz. Sollte eine der Rückföhrtreibsätze wegen technischer Schwierigkeiten ausfallen, könnten mit einer Treibstoffladung unter Verzicht der Mitnahme von Proben vom Mars auch beide Taxis mit den vier Astronauten vom Marsorbit zu Asterix fliegen. Die einmalige Bereitstellung von zusätzlichem Treibstoff bei Idefix für solche Fälle ist von der Transportkapazität her kein allzu großes Problem.



## Fazit

Eine Kurzzeitmission zum Mars ist aus himmelsmechanischer Sicht machbar und bietet eine Reihe von Vorteilen gegenüber konventionellen Langzeitmissionen. Diese Vorteile sind unter anderem der Verzicht auf die Mitnahme von Gewächshäusern zur Ernährung der Astronauten, von Kernreaktoren zur In situ-Erzeugung von Brennstoff auf dem Mars und die kleine Crew-Größe von nur vier Astronauten. Hauptnachteile des vorgestellten Konzepts sind der hohe spezifische Energiebedarf und der nahe Vorbeiflug an der Sonne. Die damit verbundenen technischen Probleme sind aber zumindest ansatzweise lösbar. Kritisch sind die erforderlichen Steigerungen der Strahlgeschwindigkeit bei konventionellen Raketentriebwerken sowie des Nutzlast-Leergewicht-Verhältnisses.

*Selbst wenn sich herausstellen sollte, dass eine konventionelle Langzeitmission vorteilhafter ist als das hier vorgestellte Konzept, wäre dennoch zu bedenken, ebenfalls bei einer Langzeitmission zumindest das vorgestellte Asterix-Raumschiff sowohl für den Hin-, als auch für den Rückflug auf der beschriebenen Bahn (einfache Flugzeit sechs Monate) einzusetzen, weil dadurch der Energiebedarf, gerade auch für die Rückreise zur Erde, drastisch reduziert werden würde.*

## Mission aus himmelsmechanischer Sicht

In diesem zweiten Teil wird zunächst in einem Überblick die Kurzzeit-Mission zum Mars mit einer konventionellen Langzeitmission verglichen. Dann werden die genauen Berechnungen nachvollziehbar dargestellt. Auf die Mission aus technischer Sicht wird später im dritten Teil eingegangen.

### Zum Mars in einem Hohmann-Orbit

Unbemannte Sonden werden gewöhnlich auf einer sogenannten Hohmann-Bahn zum Mars geschickt, weil der Energieaufwand dafür sehr gering ist. Für bemannte Marsmissionen wird meistens ebenfalls und aus dem gleichen Grunde diese Bahn bevorzugt, was allerdings eine sehr lange Missionsdauer nach sich zieht, wie unten klar wird.

Ein Hohmann-Orbit tangiert jeweils die Erdbahn und die Marsbahn. Die Radien von Erd- und Marsbahn (jeweils als Kreisbahnen vereinfacht) betragen

$$r_E = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$r_M = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Der Radius der Hohmann-Bahn ist so der mittlere Radius aus den Radien von Erde und Mars:

$$r_H = 1,885 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Aus diesem Radius ergibt sich eine Umlaufzeit eines Satelliten um die Sonne auf einer Hohmann-Bahn von

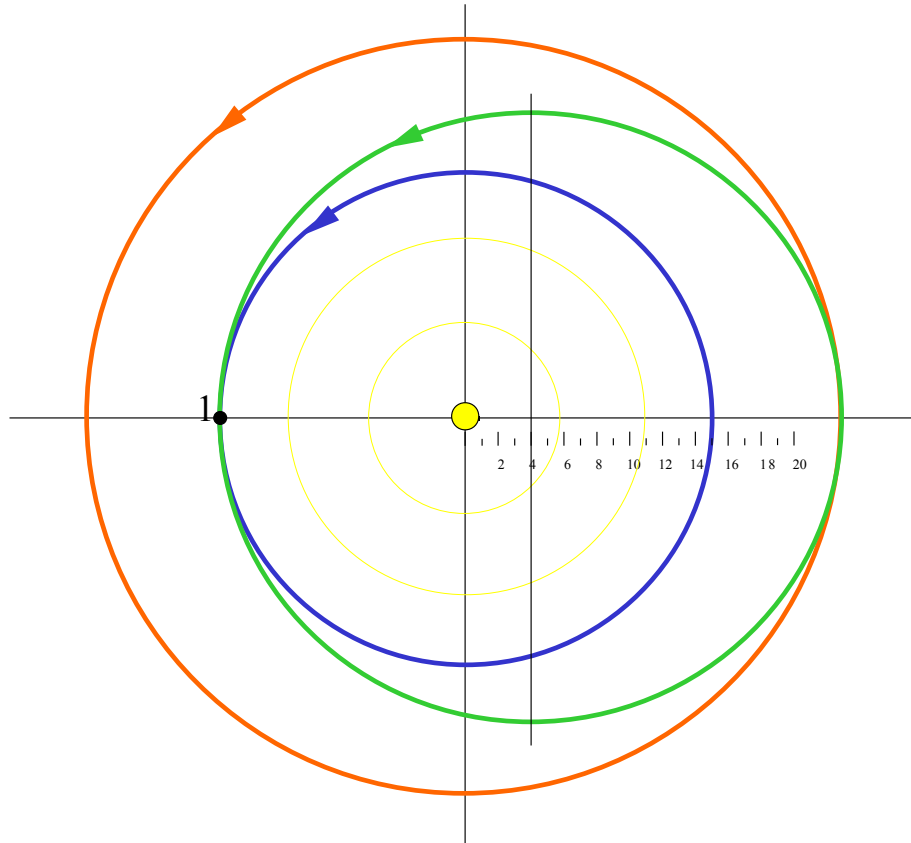
$$T_H = 517 \text{ d}$$

Für die Exzentrizität muss gelten, dass sie die Hälfte der minimalen Distanz Erde-Mars betragen muss. Daraus ergibt sich auch ein Achsenverhältnis (wäre bei einem Kreis 1, bei einer Ellipse  $< 1$ ). Es folgt

$$e_H = 0,395 * 10^{11} \text{ m}$$

Achsenverhältnis: 0,98

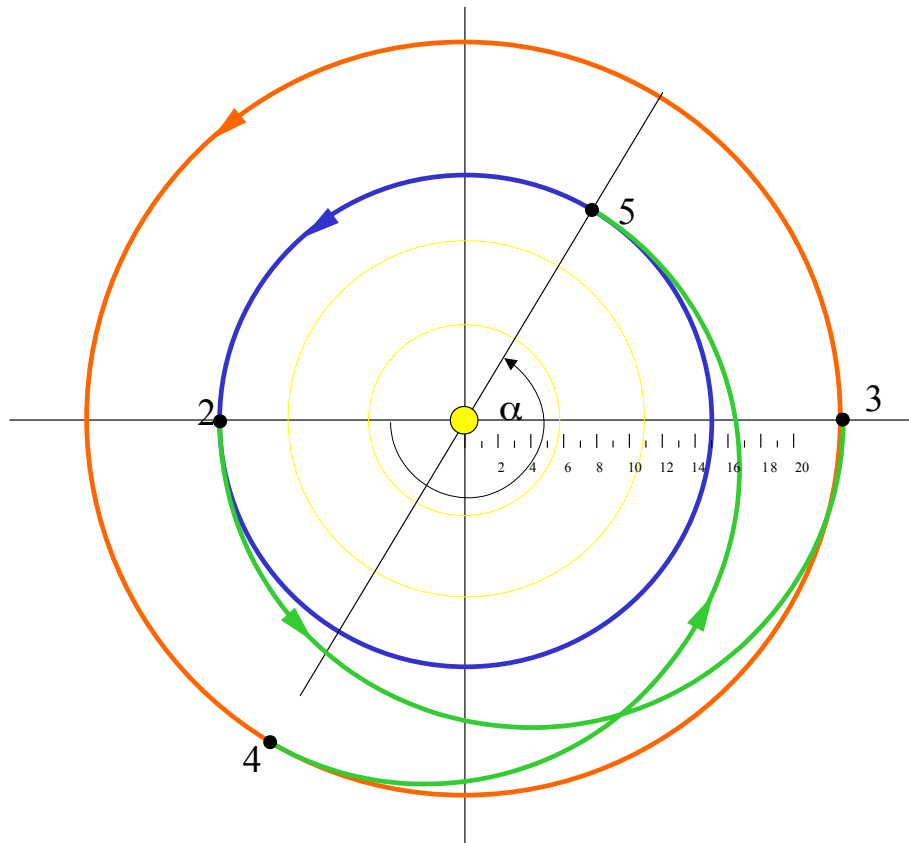
Die Hohmann-Bahn ist in Bild 1 dargestellt.



*Bild 1: Der Hohmann-Orbit. Blau: Erdbahn. Orange: Marsbahn. Grün: Hohmann-Orbit. Die Skala ist in  $10^{10}$  m. Zu erkennen ist die Exzentrizität der Hohmann-Bahn von etwa  $4 * 10^{10}$  m. Zusätzlich sind in Gelb die Bahnen von Venus und Merkur eingezeichnet. Im Zentrum des Orbits ist die Sonne.*

Wird von der Erde ein Satellit im Punkt 1 auf eine Geschwindigkeit von 3160 m/s beschleunigt, dann umkreist er die Sonne in 517 Tagen und erreicht nach der Hälfte dieser Zeit an seinem sonnenfernen Punkt die Marsbahn. Nach 517 Tagen ist wieder die Erdbahn erreicht. Allerdings ist die Erde zu dieser Zeit nicht an dieser Stelle.

Ein Flug zum Mars und wieder zurück auf Hohmann-Bahnen ist in Bild 2 dargestellt.



*Bild 2: Flug zum Mars und zurück auf Hohmann-Orbits. Der Orbit der Rückflugbahn ist um  $\alpha = 239^\circ$  gedreht.*

An Punkt 2 wird das Raumschiff in Bahnrichtung, also parallel zur Sonne, so stark beschleunigt, dass es das Schwerefeld der Erde mit einer Geschwindigkeit von 3160 m/s verlässt. Diese Geschwindigkeit wird dann stetig in potenzielle Energie umgesetzt, das heißt, die Entfernung zur Sonne steigt und die Geschwindigkeit sinkt. Nach 258 Tagen ist Punkt 3 erreicht. Die Geschwindigkeit ist nun geringer als die Bahngeschwindigkeit des Mars, der sich von hinten nähert. Um vom Gravitationsfeld des Mars eingefangen zu werden muss das Raumschiff um weitere 2682 m/s beschleunigt werden.

Die Erde, die auf ihrer Bahn in etwa doppelt so schnell wie der Mars ist, ist inzwischen auf ihrer Bahn dem Mars um etwa  $75^\circ$  vorausgeeilt. Der Rückflug zur Erde kann am Mars erst dann erfolgen, wenn spiegelbildlich die Erde wieder  $75^\circ$  hinter dem Mars ist, was erst nach einem Aufenthalt auf dem Mars von 457 Tagen an Punkt 4 der Fall ist. Der Rückflug verläuft invers zum Hinflug, das heißt, das Gravitationsfeld des Mars muss mit 2682 m/s verlassen werden, der Flug dauert wie der Hinflug 258 Tage und das Eintreffen im Schwerefeld der Erde erfolgt mit einer Geschwindigkeit von 3160 m/s. Diese Geschwindigkeit muss an Punkt 5 wieder abgebaut werden, entweder als Bremsschub oder durch atmosphärische Reibung mit einem Hitzeschild.

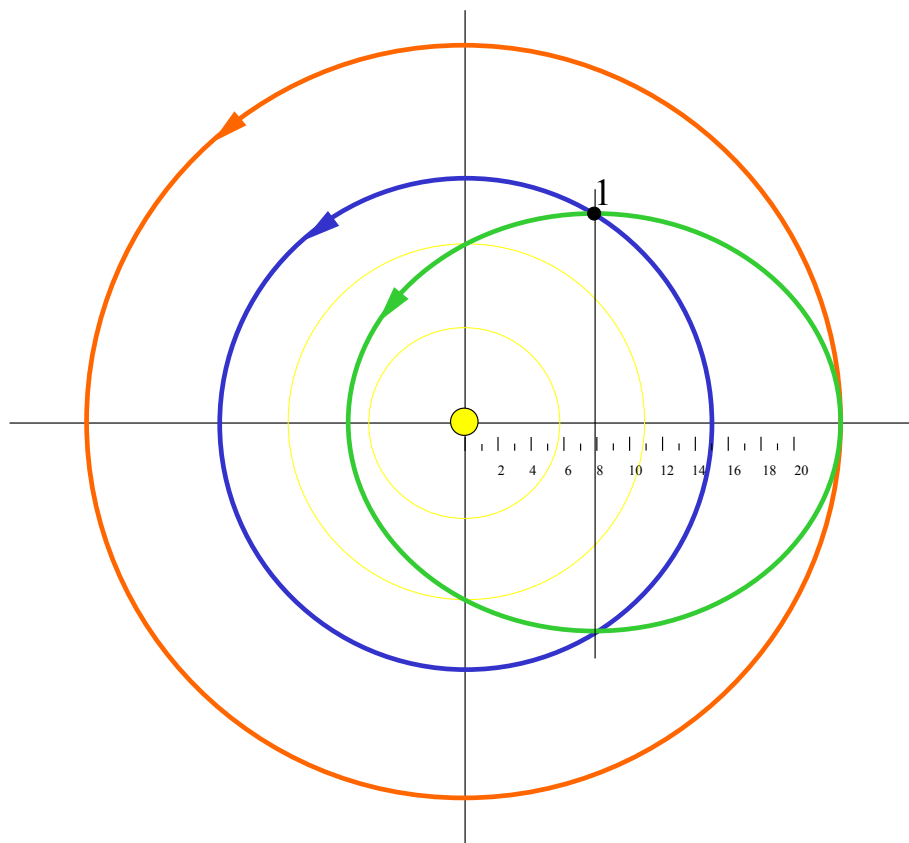
Das Missionsprofil ist kompromisslos auf einen geringen energetischen Aufwand ausgerichtet. Der Preis, der dafür bezahlt werden muss, ist die enorm hohe Missionsdauer von 973 Tagen, davon 517 Tage im tiefen Weltraum. Die lange Missionsdauer bedingt einen hohen Aufwand an Logistik und Verbrauchsmaterialien, wie Wasser, Sauerstoff, Stickstoff und Nahrung. Die Besatzung wird sehr stark durch Strahlung und Schwerelosigkeit im Weltraum in Anspruch genommen. Auf dem Mars

muss eine komplexe Infrastruktur verpflanzt werden, in der die Astronauten mehr als 15 Monate verweilen können.

Unten wird bald klar werden, dass dieses Missionsprofil einen weiteren Nachteil hat. Das große Raumschiff, das die Astronauten die volle Zeit im tiefen Weltraum, also 517 Tage lang aufnehmen muss, muss am Mars beschleunigt und beim Rückflug zur Erde wieder entsprechend abgebremst werden. Obwohl die jeweiligen Geschwindigkeitsänderungen geringstmöglich sind, ist der gesamte Energieumsatz durch die hohe Masse des Raumschiffes beträchtlich.

### Zum Mars und zurück im Paternoster

Es gibt weitere Bahnen von der Erde zum Mars. In Bild 3 und 4 werden zwei Beispiele gezeigt, die die Besonderheit haben, dass nach einem oder zwei Umläufen um die Sonne nicht nur die Erdbahn erreicht wird, sondern dass die Erde zu diesem Zeitpunkt auch getroffen wird (freie Rückkehrbahn). Aus beiden Bahnen lässt sich eine alternative bemannte Marsmission kreieren, die deutlich kürzer als die Mission mit Verwendung der Hohmann-Bahn dauert. Die freien Rückkehrbahnen haben große Vorteile für die Gesamtenergie-Bilanz der Mission.



*Bild 3: Orbit Obelix*

Der Orbit von Obelix hat die gleiche große Halbachse wie die Erde, also  $1,49 \cdot 10^{11}$  m, was heißt, dass auch die Umlaufzeit um die Sonne derjenigen der Erde entspricht. Mit anderen Worten, beim Punkt 1 ist Obelix jedes Jahr in Erdnähe. Seine Exzentrizität ist so groß, dass die Marsbahn erreicht wird. Die Daten der Bahn sind wie folgt:

$$a_0 = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m (große Halbachse der Ellipsenbahn)}$$

$b_O = 1,26 \cdot 10^{11}$  m (kleine Halbachse der Ellipsenbahn)

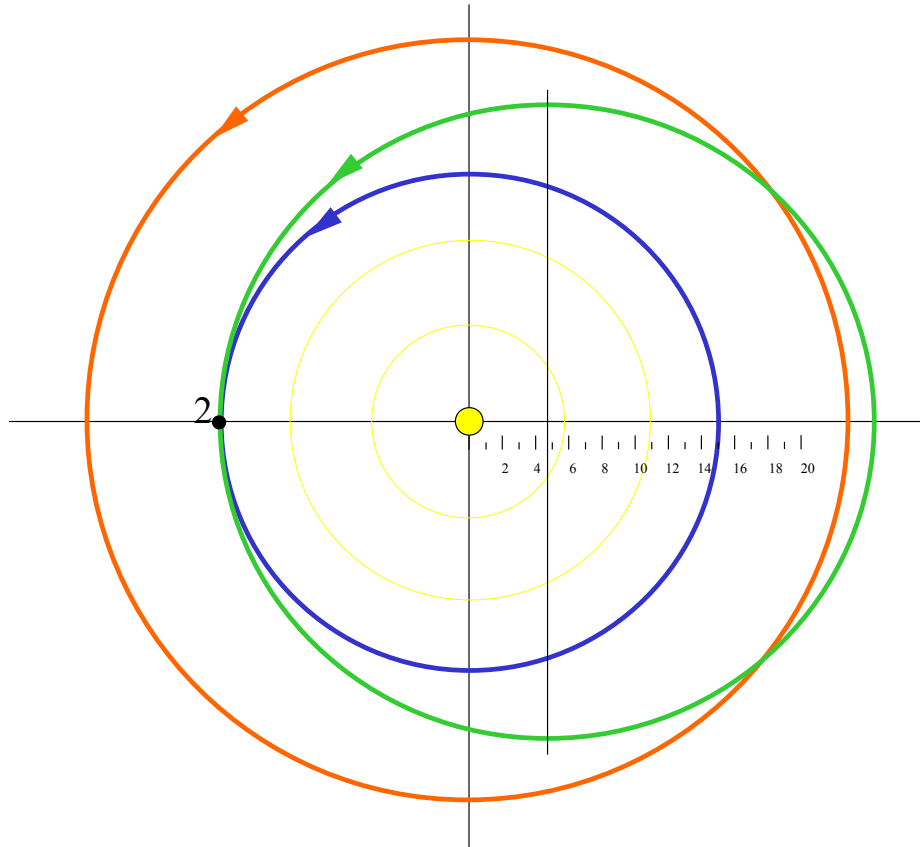
$e_O = 0,79 \cdot 10^{11}$  m (Exzentrizität der Ellipsenbahn)

Achsenverhältnis: 0,848

$T_O = 365,25$  d (Zeit für einen kompletten Umlauf um die Ellipse)

$\Delta v_{OE} = 16260$  m/s (Geschwindigkeitsdifferenz zur Erde beim Vorbeiflug)

$\Delta v_{OM} = 7697$  m/s (Geschwindigkeitsdifferenz zum Mars beim Vorbeiflug)



*Bild 4: Orbit von Asterix*

Der Orbit von Asterix ist so ausgelegt, dass die Umlaufzeit um die Sonne eineinhalb Jahre beträgt. Damit wird bei jeder zweiten Passage des Punktes 2 die Erde erreicht, also alle drei Jahre. Gleichzeitig ist auch hier die Exzentrizität so stark, dass die Marsbahn deutlich überschritten wird.

$a_A = 1,96 \cdot 10^{11}$  m

$b_A = 1,90 \cdot 10^{11}$  m

$e_A = 0,47 \cdot 10^{11}$  m

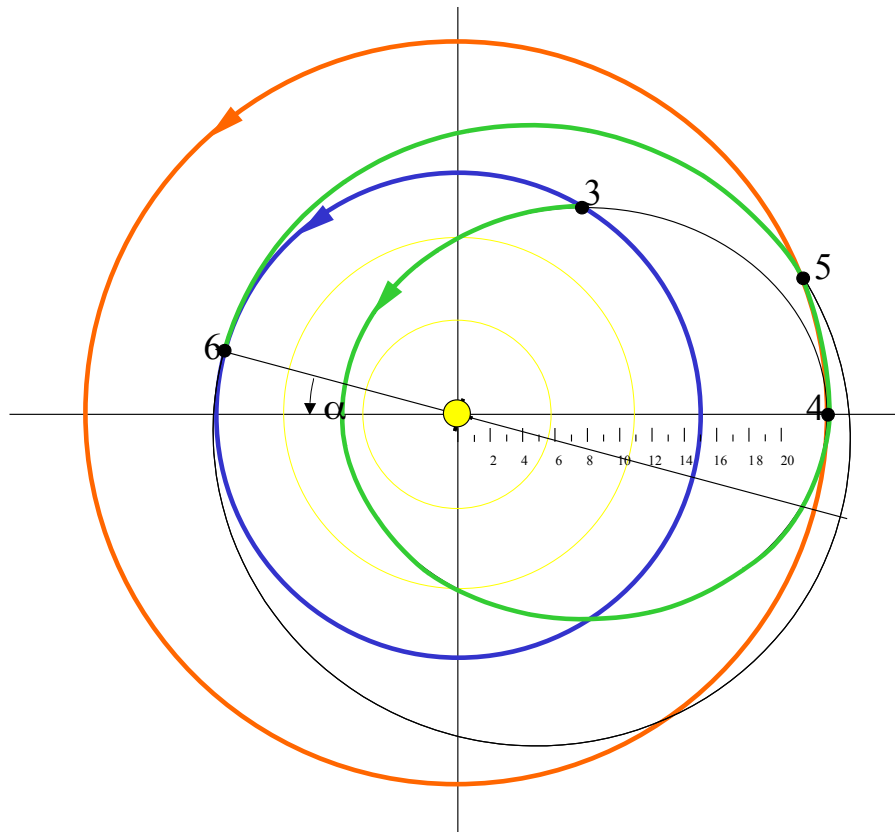
Achsenverhältnis: 0,971

$T_A = 548$  d

$\Delta v_{AE} = 3437$  m/s

$\Delta v_{AM} = 4621$  m/s

Das Profil einer Marsmission auf der Obelix-Bahn für den Hinflug zum Mars und der Asterix-Bahn für den Rückflug zur Erde ist in Bild 5 gezeigt.



*Bild 5: Missionsprofil Paternoster*

Die Bahn von Asterix ist gegenüber der Bahn von Obelix um  $-15,1^\circ$  gedreht. Dies ist nötig, damit beim Rückflug vom Mars die Erde zur richtigen Zeit erreicht wird. Der Start von Obelix erfolgt mehrere Jahre vor der Beginn der ersten bemannten Mission. Mit einem Swingby-Manöver zunächst an der Venus und dann an der Erde wird Obelix auf seine endgültige Bahn gebracht. Diese Manöver sind notwendig, um Obelix mit einem vertretbaren Aufwand an Energie auf seine Bahn um die Sonne zu bringen. Asterix wird drei Jahre vor der Rückkehr der Astronauten vom Mars zur Erde mit einem einzigen Raketenstart unbemannt auf seine Bahn gebracht.

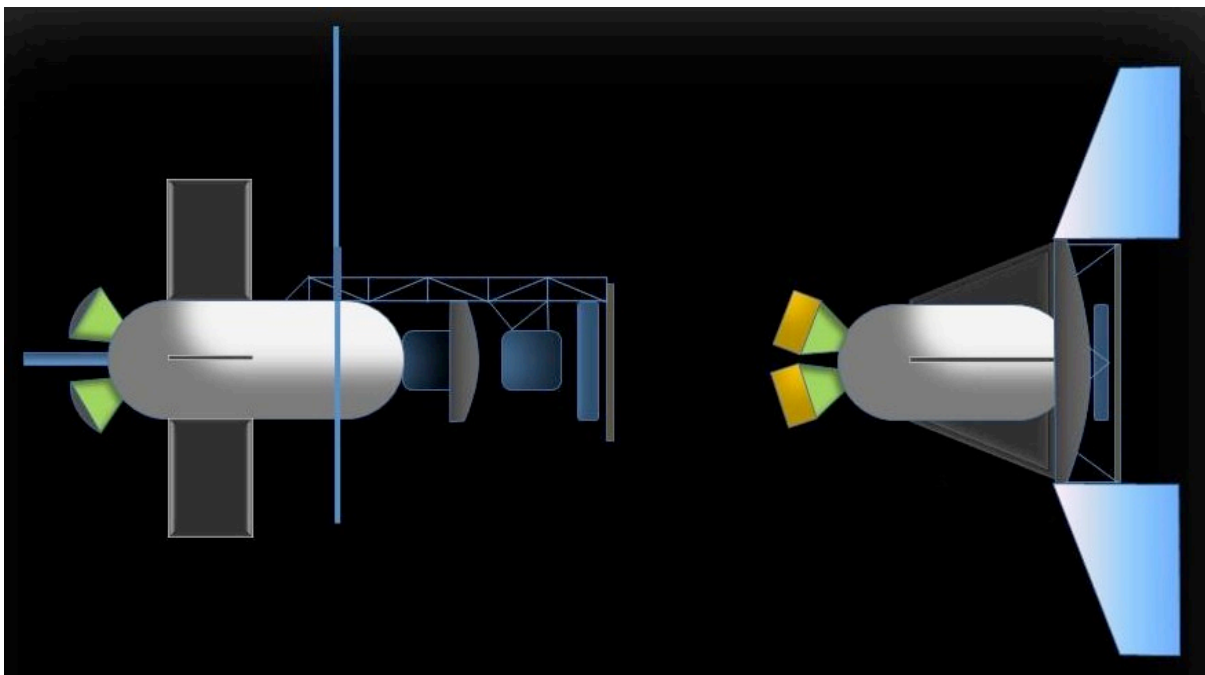
Bei Beginn der Mission müssen dann in Punkt 3 nur zwei kleine Kapseln mit jeweils zwei Astronauten auf 16 km/s beschleunigt werden, um Obelix zu erreichen. Obelix erreicht dann 243 Tage später in Punkt 4 die Marsbahn. Auf der hochexzentrischen Bahn wird die Bahn der Venus unterschritten und beinahe die Merkurbahn erreicht. Der Abbau der Geschwindigkeit beim Erreichen der Marsbahn ist sehr groß. Ein Einschwenken in den Marsorbit kann nur dann erfolgen, wenn eine weitere Beschleunigung der Kapseln mit den Astronauten um 7,8 km/s erfolgt. Sollten unvorhergesehene Probleme eintreten wird die Erde genau ein Jahr nach dem Abflug in Punkt 3 antriebslos wieder erreicht.

Bereits nach 44 Tagen auf dem Mars wird das Rückflugfenster zur Erde erreicht und Asterix fliegt in Punkt 5 am Mars vorbei. Die notwendige Geschwindigkeit der Kapseln mit den Astronauten beträgt 4,6 km/s, um sozusagen auf Asterix „aufzuspringen“. Die Ankunft an der Erde an Punkt 6 findet 187 Tage nach dem Verlassen des Mars statt. Die Geschwindigkeitsdifferenz von 3,4 km/s kann durch eine atmosphärische Abbremsung von Asterix abgebaut werden. Asterix verbleibt dann in einem niedrigen Erdorbit und kann dort für seinen nächsten „Roundtrip“ vorbereitet werden.

Obelix fliegt nach den Vorbeiflügen an der Erde ungebremst weiter. Dennoch müssen diese Vorbeiflüge genutzt werden, um ihn für weitere Missionen zu beladen. Das Startfenster für Marsmissionen öffnet sich alle 26 Monate, das heißt, dass Obelix mit zwei Transporten beladen werden kann. Der Orbit muss allerdings leicht geändert werden, damit er die Erde beim übernächsten Vorbeiflug erst nach 26 statt nach 24 Monaten erreicht, was mit einem nicht allzu großen Energieaufwand zu erreichen sein müsste.

Da Asterix drei Jahre unterwegs ist, das Startfenster für den nächsten Marsflug allerdings bereits nach 26 Monaten ist, braucht man zu dessen Nutzung entweder einen weiteren Asterix oder man nutzt nur jedes zweite Startfenster für bemannte Reisen zum Mars.

Die ausgesprochen günstige Mehrfachnutzung von Obelix und Asterix könnte den größten Nachteil des Paternoster-Konzepts, die hohen Geschwindigkeitsunterschiede an Erde und Mars, aufheben. Selbstverständlich müssten hier Aufwand und Nutzen sorgfältig abgewogen werden. Ein weiterer Vorteil des Konzepts ist die kurze Aufenthaltsdauer auf dem Mars. Hierzu eine kurze Einschätzung im dritten Teil des Artikels, der im nächsten Newsletter erscheinen wird.



*Bild 6: Die Raumschiffe Obelix (links) und Asterix (rechts) mit den beiden Taxicabs in grün. Eine genaue Beschreibung folgt im dritten Teil des Artikels.*

### **Himmelsmechanik, verwendete Mathematik und Berechnungen zum Artikel**

Dieses Kapitel soll dem interessierten Leser ermöglichen, die durchgeführten Berechnungen nachzuvollziehen und Werkzeuge in die Hand geben, selber an diesem oder an ähnlichen Problemen zu arbeiten. Die Anforderungen an Physik, Geometrie und Mathematik entsprechen in etwa Abiturniveau. Kenntnisse von Excel sind sehr hilfreich.

Geometrische Betrachtung des Orbits eines Planeten um die Sonne, Kepler-Gesetze

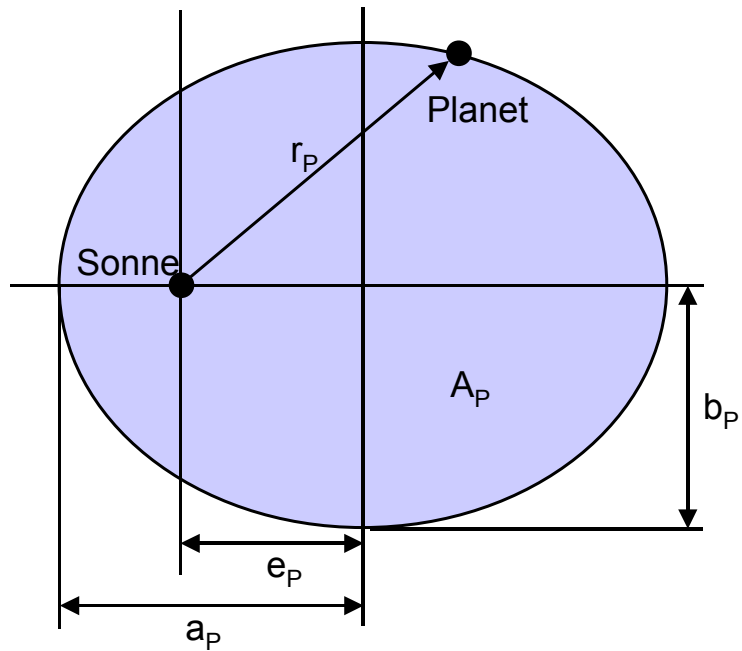


Bild 7: Geometrie eines elliptischen Orbits um die Sonne

1. Kepler-Gesetz: Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. Im Bild oben bedeuten

$a_P$ : Große Halbachse

$b_P$ : Kleine Halbachse

$e_P$ : Lineare Exzentrizität

$r_P$ : Fahrstrahl von der Sonne zum Planeten

$A_P$ : Überstrichene Ellipsenfläche bei einem kompletten Umlauf um die Sonne

Die lineare Exzentrizität errechnet sich aus den beiden Halbachsen:

$$e_P = \sqrt{a_P^2 - b_P^2} \quad (1)$$

2. Kepler-Gesetz: Der Fahrstrahl Sonne-Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleich große Flächen. Was heißt dies konkret?

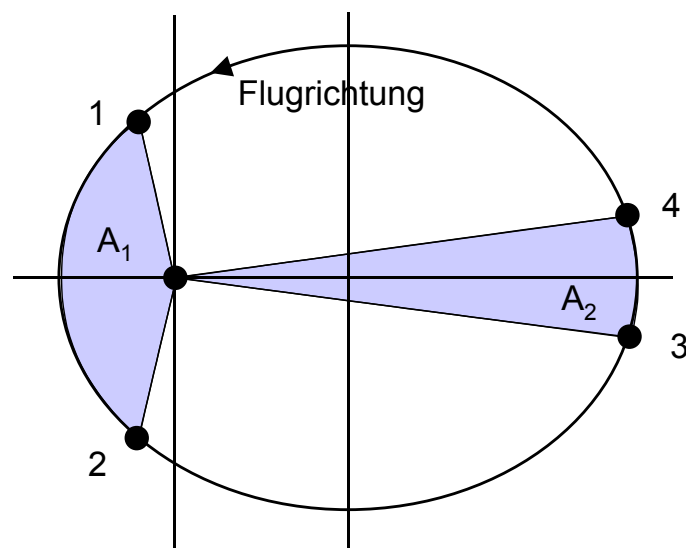


Bild 8: Das zweite Kepler-Gesetz



Beide Flächen  $A_1$  und  $A_2$  sind gleich groß. Das 2. Kepler-Gesetz besagt, dass die Zeit, die der Planet braucht, um von Punkt 1 zu Punkt 2 zu gelangen, gleich groß ist wie die Zeit von Punkt 3 zu Punkt 4. Mit anderen Worten, in Sonnennähe bewegt sich der Planet sehr viel schneller als in Sonnenferne.

3. Kepler-Gesetz: Die Quadrate der Umlaufzeiten  $T$  zweier Planeten 1 und 2 um die Sonne verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen ihrer Ellipsenbahnen:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (2)$$

$T$ : Benötigte Zeit für einen kompletten Umlauf um die Sonne

Was bedeutet dies? Zum einen, dass die Umlaufzeit eines Planeten um die Sonne nur von der großen Halbachse abhängt, nicht aber von der kleinen (das zweite Kepler-Gesetz ist aber zu beachten, das heißt, die Bewegung wird „unförmiger“, je kürzer die kleine Halbachse ist, weil sich im Vergleich zu einer Kreisbahn (große und kleine Halbachse gleich lang) in Sonnennähe die Geschwindigkeit erhöht und in Sonnenferne verringert).

Bei Umstellen der Formel wird zum anderen ersichtlich, dass sich für unser komplettes Sonnensystem eine Konstante ermitteln lässt, aus der sich sehr einfach die Umlaufzeit eines Planeten durch seine große Halbachse ermitteln lässt (oder durch Umstellen der Formel aus der Umlaufzeit dessen große Halbachse):

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = konst = \frac{\gamma_G m_S}{4\pi^2} \quad (2b)$$

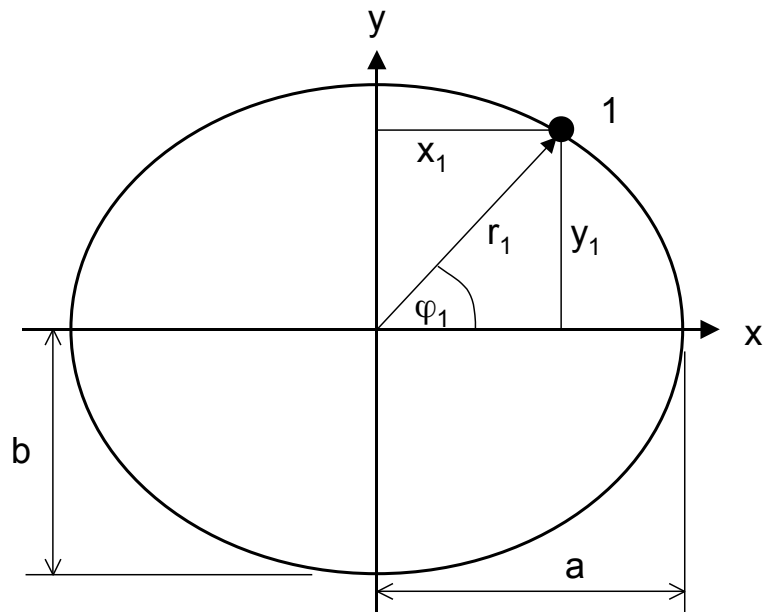
$$T = \sqrt{a^3 \frac{4\pi^2}{\gamma_G m_S}} \quad (3)$$

$\gamma_G$ : Gravitationskonstante ( $6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$ )

$m_S$ : Sonnenmasse ( $1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ )

Zusammengefasst hat man mit den Kepler-Gesetzen die Werkzeuge in der Hand, beliebige Umlaufbahnen um die Sonne zu bestimmen, sowohl was die Umlaufzeit als auch die Exzentrizität und die beiden Halbachsen betrifft und wie diese Größen zusammenhängen. Mehr Details lassen sich allerdings nur mit ein wenig Mathematik klären; z. B. wann der Planet wo ist (wir wissen nur, wie lange er braucht, um ein Mal um die Sonne zu kreisen) und wie schnell er sich an dieser Stelle auf seiner Bahn fortbewegt. Daher folgt zunächst eine Einführung in die Geometrie von Ellipsen.

Geometrie von Ellipsen



**Bild 9: Charakteristika einer Ellipse**

Ein Punkt 1 auf einer Ellipse kann auf mehrere Arten beschrieben werden:

Die Gleichung einer Ellipse im kartesischen Koordinatensystem (beschrieben durch die Koordinaten x und y mit dem Ursprung im Zentrum der Ellipse) lautet

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4)$$

Punkt 1 muss daher ebenfalls diese Gleichung erfüllen:

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \quad (4b)$$

Mit dieser Gleichung kann aus den beiden Halbachsen bei gegebenem y oder x das entsprechende x oder y ausgerechnet werden.

Eine weitere Möglichkeit ist, den Punkt 1 über einen Winkel  $\varphi_1$  und einen Radius  $r_1$  zu beschreiben. Es gilt mit dem Satz von Pythagoras

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2 \quad (5)$$

Außerdem folgen aus den Winkelfunktionen

$$x_1 = r_1 \cos \varphi_1 \quad (6)$$

und

$$y_1 = r_1 \sin \varphi_1 \quad (7)$$

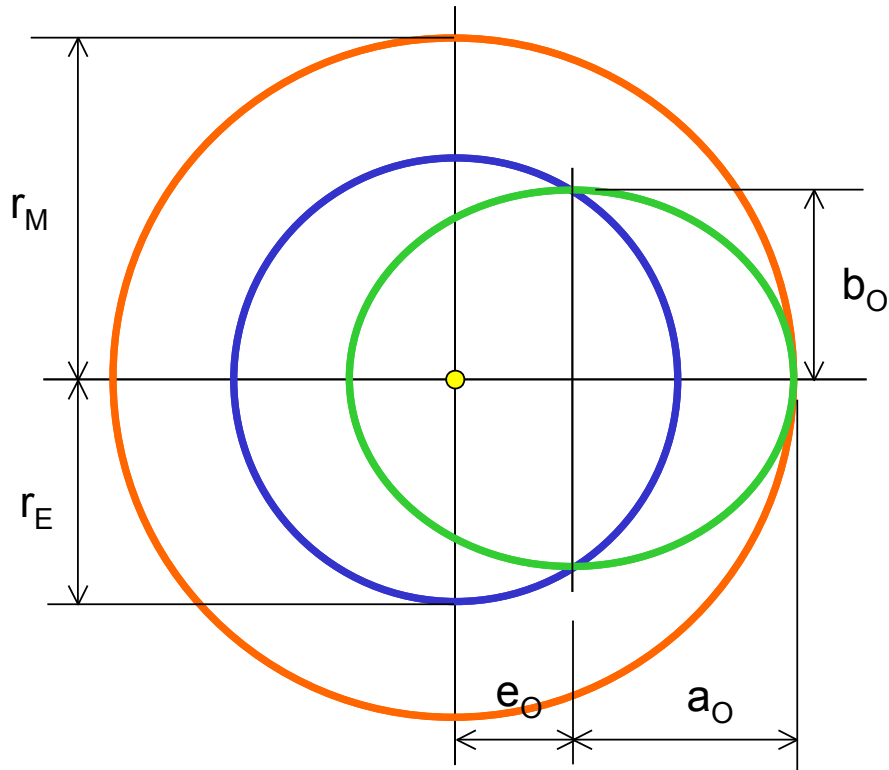
Die Fläche einer Ellipse berechnet sich zu

$$A = ab\pi \quad (8)$$

Damit sind die himmelsmechanischen und geometrischen Grundlagen vorgestellt, so dass wir zu den eigentlichen Berechnungen für diesen Artikel kommen können.

### Berechnungen der Orbits von Obelix und Asterix

Bei Obelix lautet die Aufgabenstellung, eine elliptische Bahn so zu berechnen, dass die Umlaufzeit  $T$  genau ein Jahr beträgt und gleichzeitig die Exzentrizität so groß ist, dass die Marsbahn erreicht wird. Aus der folgenden Skizze gehen die verwendeten Größen hervor:



*Bild 10: Zur Bestimmung der Bahndaten von Obelix*

Da die Umlaufzeit von Obelix genau die gleiche wie die der Erde sein soll und die Umlaufzeit alleine durch die große Halbachse festgelegt wird, muss gelten

$$a_O = r_E \quad (9)$$

Für die Exzentrizität folgt dann aus Bild 10

$$e_O = r_M - a_O = r_M - r_E \quad (10)$$

Damit gilt mit Verwenden der Gleichung (1) für die kleine Halbachse von Obelix

$$b_O = \sqrt{r_E^2 - (r_M - r_E)^2} \quad (11)$$

Die Radien von Mars und Erde betragen

$$r_M = 2,28 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$r_E = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Damit ergeben sich

$$e_O = 0,784 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

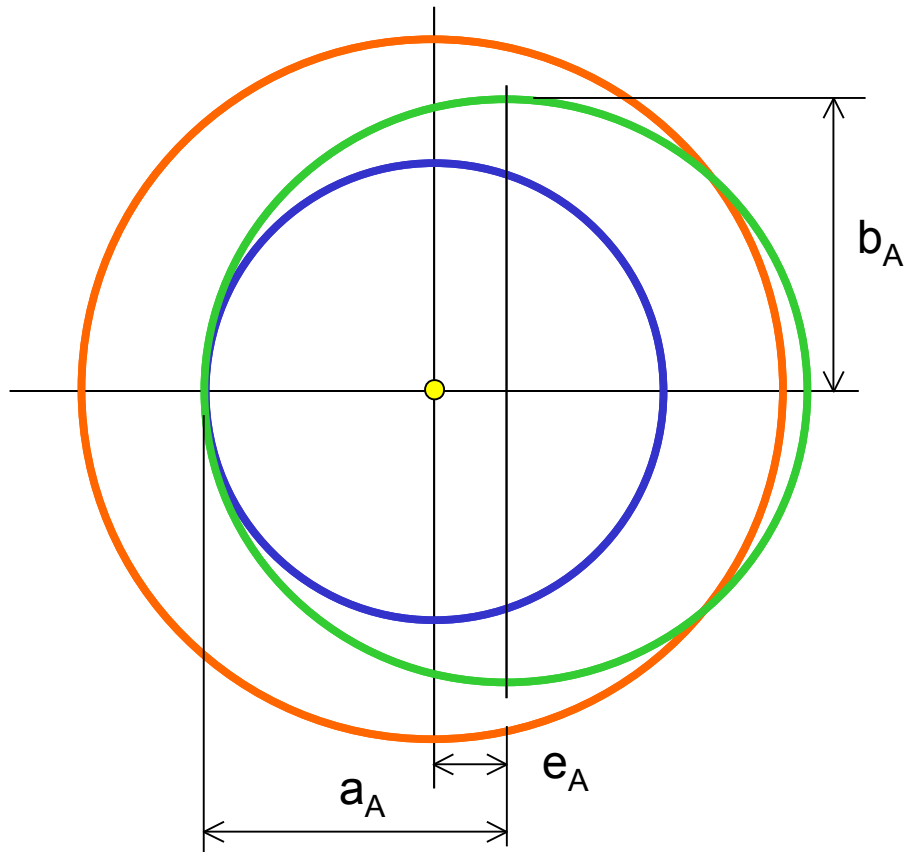
$$a_O = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$b_O = 1,27 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Die Berechnung der Bahn von Asterix verläuft ein wenig anders. Hier ist die Ausgangsannahme, dass die Umlaufzeit um die Sonne eineinhalb Jahre betragen muss. Daraus ergibt sich mit Formel (3) als große Halbachse

$$a_A = 1,96 * 10^{11} \text{ m}$$

Zur Berechnung der Exzentrizität hilft das folgende Bild.



*Bild 11: Zur Bestimmung der Bahndaten von Asterix*

Es ist ersichtlich, dass gelten muss

$$e_A = a_A - r_E \tag{12}$$

Es folgt

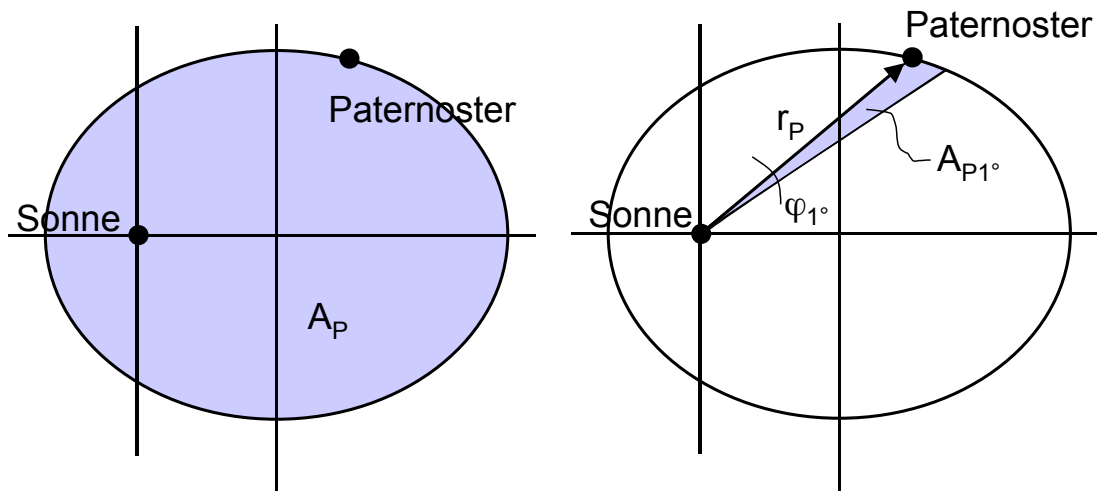
$$e_A = 0,47 * 10^{11} \text{ m}$$

$$b_A = 1,90 * 10^{11} \text{ m}$$

Nun sind die Bahnen der beiden Paternoster festgelegt. Es bleibt allerdings offen, wie lange die beiden auf ihren jeweiligen Reisen zwischen Mars und Erde unterwegs sind (es ist nur bekannt, dass Obelix für den kompletten Orbit ein Jahr und Asterix eineinhalb Jahre brauchen). Dieser Teil der Berechnung ist die schwierigste Aufgabe. Die Lösung des Problems erfolgt über eine numerische Näherung mit Hilfe des Tabellenkalkulationsprogramms Excel. Die Orbits von Asterix und Obelix werden mit der gleichen Methode berechnet; lediglich die Eingabegrößen sind unterschiedlich. Im Folgenden wird daher die Unterscheidung zunächst aufgehoben und nur noch von Orbits oder Ellipsen geredet.

Ansatzpunkt ist das zweite Kepler-Gesetz. Wir wissen die Zeit für einen kompletten Umlauf um die Sonne und kennen die Geometrie der Ellipse, also die beiden

Halbachsen und die Fläche der Ellipse. Wir versuchen nun, die Zeit zu berechnen, die ein Paternoster braucht, um  $1^\circ$  an einer beliebigen Position der Ellipse zu überstreichen.

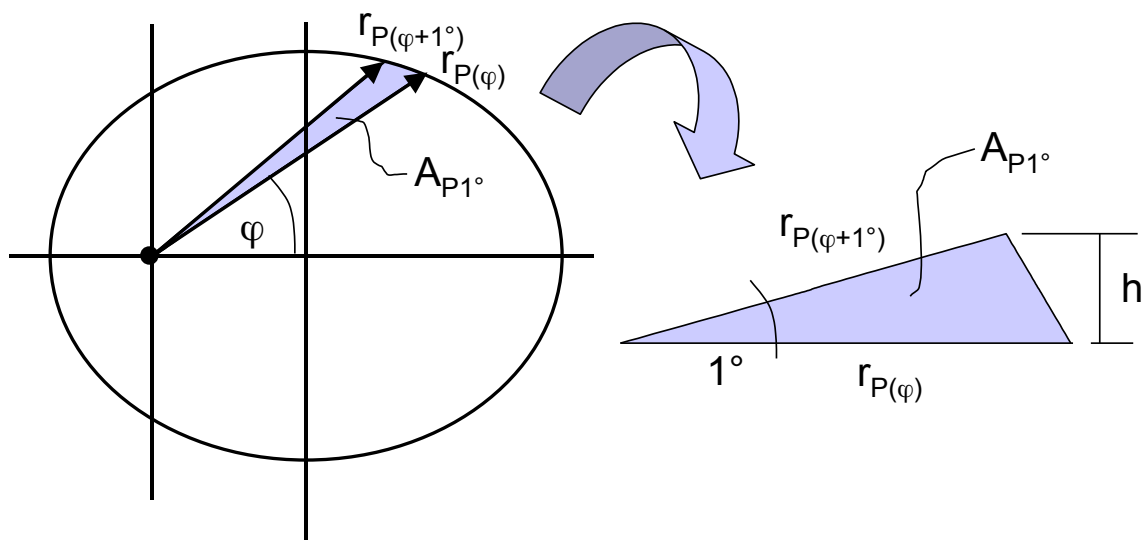


**Bild 12:** Zur Bestimmung der Flugzeit für einen gegebenen Winkel

Die Zeit  $t_{P1^\circ}$  zum Durchfliegen des Winkels  $\varphi_{1^\circ}$  kann mit folgender Formel berechnet werden, die sich aus dem zweiten Kepler-Gesetz ergibt:

$$\frac{t_{P1^\circ}}{T_P} = \frac{A_{P1^\circ}}{A_P} \quad (13)$$

$T_P$  ist bekannt,  $A_P$  ist sehr leicht zu berechnen (Formel (8)). Damit ist das Problem auf die Bestimmung von  $A_{P1^\circ}$  reduziert. Hier hilft weiter, dass man nur einen sehr kleinen Fehler macht, wenn man die überstrichene Fläche durch ein Dreieck annähert. Das Vorgehen ist im nächsten Bild dargestellt.



**Bild 13:** Berechnung der vom Fahrstrahl  $r_{P(\varphi)}$  überstrichenen Fläche

Die überstrichene Dreiecksfläche berechnet sich zu

$$A_{P1^\circ} = \frac{r_{P(\varphi)} \cdot h}{2} \quad (14)$$

$h$  lässt sich über Winkelgleichungen aus  $r_{P(\varphi+1^\circ)}$  berechnen:

$$h = r_{P(\varphi+1^\circ)} \sin 1^\circ \quad (15)$$

Nur am Rande soll darauf hingewiesen werden, dass man durch diese Näherung einen Teil der Fläche der Ellipse vernachlässigt, wodurch das Ergebnis nur zu einer Schätzung, nicht aber zu einem exakten Wert führt. Die Annäherung der Ellipse durch 360 kleine Dreiecksflächen zu jeweils  $1^\circ$  wird allerdings sehr genau und genügt den Betrachtungen in diesem Artikel. Es wird sich später zeigen, dass der Fehler bei weit unter einem Prozent liegt.

Das Problem ist nun verlagert auf die Bestimmung von  $r_{P(\varphi)}$  in Abhängigkeit vom Winkel  $\varphi$ . Diese Berechnung ist nicht ganz einfach, obwohl wir die Geometrie der Ellipse oben bereits behandelt haben. Dort sind nämlich alle Größen auf das Zentrum der Ellipse bezogen, nicht aber auf die Sonne, die bekanntlich in Entfernung der Exzentrizität  $e_P$  vom Zentrum der Ellipse liegt. Wir bezeichnen das Zentrum der Ellipse mit Z. Ein Hilfsradius  $r^*$  zeigt von dort aus zu dem Paternoster. Im nächsten Bild ist der Zusammenhang des Hilfsradius mit dem tatsächlichen Fahrstrahl  $r_{P_\varphi}$  in Abhängigkeit des Laufwinkels  $\varphi$  zu sehen.

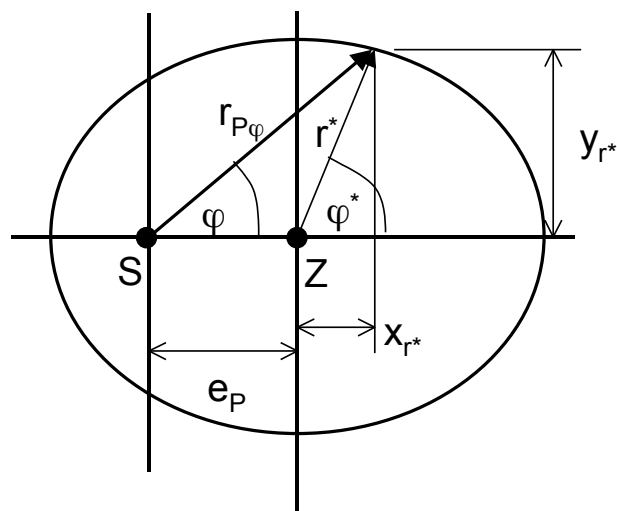


Bild 14: Bestimmung des Fahrstrahls  $r_{P_\varphi}$  aus der Ellipsengeometrie

Aus dem Bild lassen sich einige geometrische Beziehungen ableiten. Betrachten wir zuerst die Winkelfunktionen:

$$r_{P_\varphi} \sin \varphi = y_{r^*} \quad (16)$$

$$r_{P_\varphi} \cos \varphi = e_P + x_{r^*} \quad (17)$$

Aus der Ellipsengleichung (Gleichung 4) folgt:

$$\frac{x_{r^*}^2}{a_P^2} + \frac{y_{r^*}^2}{b_P^2} = 1 \quad (18)$$

In den drei obigen Gleichungen sind drei Unbekannte:  $r_{P_\varphi}$ ,  $y_{r^*}$  und  $x_{r^*}$ . Lediglich  $r_{P_\varphi}$  ist von Interesse. Es gilt also, die drei Gleichungen geeignet miteinander zu kombinieren und umzuformen, um eine einzige Gleichung für  $r_{P_\varphi}$  zu erhalten.

Gleichungen (16), (17) und (18) umgeformt:

$$r_{P_\varphi} = \frac{y_{r^*}}{\sin \varphi} \quad (16b)$$

$$x_{r^*} = r_{P\varphi} \cos \varphi - e_P \quad (17b)$$

$$y_{r^*} = \sqrt{\left(1 - \frac{x_{r^*}^2}{a_P^2}\right) b_P^2} \quad (18b)$$

(18b) in (16b) liefert

$$r_{P\varphi} = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{x_{r^*}^2}{a_P^2}\right) b_P^2}}{\sin \varphi} \quad (19)$$

(17b) in Gleichung (19) eingebaut:

$$r_{P\varphi} = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{(r_{P\varphi} \cos \varphi - e_P)^2}{a_P^2}\right) b_P^2}}{\sin \varphi} \quad (20)$$

Diese Gleichung muss nun nach  $r_{P\varphi}$  aufgelöst werden. Der Vollständigkeit halber hier im Detail nachvollzogen.

Zunächst werden beide Seiten der Gleichung quadriert und die Glieder  $b_P$  und  $\sin \varphi$  nach links gezogen. Außerdem wird der quadratische Ausdruck, der  $r_{P\varphi}$  enthält, aufgelöst.

$$r_{P\varphi}^2 \frac{\sin^2 \varphi}{b_P^2} = 1 - \frac{r_{P\varphi}^2 \cos^2 \varphi - 2r_{P\varphi} e_P + e_P^2}{a_P^2} \quad (20b)$$

Die Glieder der rechten Seite der Gleichung werden nach Potenzen von  $r_{P\varphi}$  sortiert.

$$r_{P\varphi}^2 \frac{\sin^2 \varphi}{b_P^2} = -r_{P\varphi}^2 \frac{\cos^2 \varphi}{a_P^2} + r_{P\varphi} \frac{2 \cos \varphi e_P}{a_P^2} + 1 - \frac{e_P^2}{a_P^2} \quad (20c)$$

Die komplette rechte Seite wird nach links geholt und noch Mal nach Potenzen von  $r_{P\varphi}$  geordnet.

$$r_{P\varphi}^2 \left( \frac{\sin^2 \varphi}{b_P^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{a_P^2} \right) + r_{P\varphi} \left( \frac{-2 \cos \varphi e_P}{a_P^2} \right) + \left( -1 + \frac{e_P^2}{a_P^2} \right) = 0 \quad (20d)$$

Zur besseren Übersicht werden die Terme in den Klammern wie folgt abgekürzt:

$$a^* = \left( \frac{\sin^2 \varphi}{b_P^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{a_P^2} \right); \quad b^* = \left( \frac{-2 \cos \varphi e_P}{a_P^2} \right); \quad c^* = \left( -1 + \frac{e_P^2}{a_P^2} \right)$$

Somit ist aus (20) eine gemischt-quadratische Gleichung der folgenden Form entstanden:

$$a^* r_{P\varphi}^2 + b^* r_{P\varphi} + c^* = 0 \quad (20e)$$

Diese Gleichung hat bekanntermaßen zwei Lösungen:

$$r_{P\varphi} = \frac{-b^* + \sqrt{b^{*2} - 4a^*c^*}}{2a^*} \quad (21a)$$

$$r_{P\varphi} = \frac{-b^* - \sqrt{b^{*2} - 4a^*c^*}}{2a^*} \quad (21b)$$

Von den beiden Lösungen ist nur diejenige mit positivem Wert physikalisch sinnvoll. Die andere Lösung kann ignoriert werden. Mit diesen Gleichungen lässt sich sehr einfach  $r_{P\varphi}$  von  $\varphi = 0^\circ$  bis  $\varphi = 360^\circ$  in einer Excel-Tabelle darstellen und mit Hilfe der Formel (13) auch  $t_{P1^\circ}$  von  $\varphi = 0^\circ$  bis  $\varphi = 360^\circ$ . Durch Aufaddieren der  $t_{P1^\circ}$  lässt sich damit auch bestimmen, zu welcher Zeit der Paternoster welchen Winkel  $\varphi$  im Orbit erreicht hat; diese aufaddierte Zeit nennen wir  $t(\varphi)$ . Die aktuelle Entfernung zur Sonne gibt  $r_{P\varphi}$  an.

Mit diesen Daten kann man aber noch mehr berechnen. Von großem Interesse ist die Geschwindigkeit bei jedem Winkel  $\varphi$ . Diese lässt sich sehr einfach durch die beiden Strahlen  $r_{P\varphi}$  und  $r_{P\varphi+1^\circ}$  sowie der Zeit  $t_{P1^\circ}(\varphi) = \Delta t(\varphi)$  berechnen.

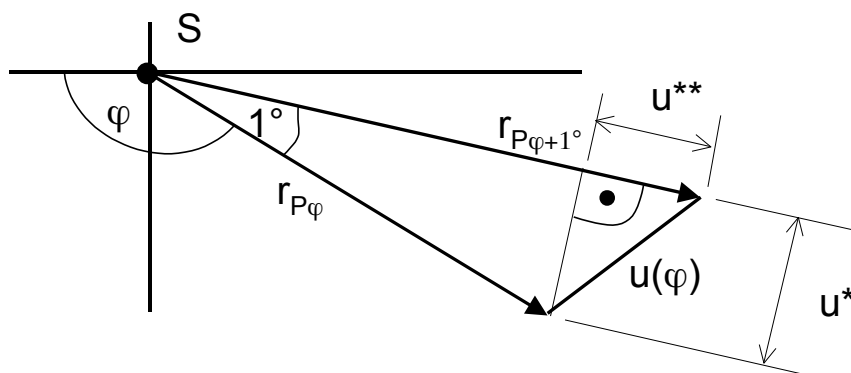


Bild 15: Bestimmung der Bahngeschwindigkeiten aus den Fahrstrahlen

Der zurückgelegte Flugweg zwischen dem Winkel  $\varphi$  und dem Winkel  $\varphi+1^\circ$  bezeichnen wir mit  $u(\varphi)$ . Auch hier wird wieder mit einer Näherung gearbeitet, weil in Wahrheit ja ein Bogen auf der Ellipse durchflogen wird. Die Geschwindigkeit beträgt

$$v(\varphi) = \frac{u(\varphi)}{\Delta t(\varphi)} \quad (22)$$

Nun gilt es,  $u(\varphi)$  aus den beiden  $r_{P\varphi}$  zu berechnen. Dies geschieht mit den eingezeichneten Hilfsgrößen  $u^*$  und  $u^{**}$ . Mit dem Satz von Pythagoras gilt

$$u(\varphi) = \sqrt{u^{*2} + u^{**2}} \quad (23)$$

$u^*$  und  $u^{**}$  lassen sich mit Hilfe der Winkelfunktionen errechnen.

$$u^* = r_{P\varphi} \sin 1^\circ \quad (24)$$

$$u^{**} = r_{P\varphi+1^\circ} - r_{P\varphi} \cos 1^\circ \quad (25)$$

Es folgt

$$v(\varphi) = \frac{\sqrt{(r_{P\varphi} \sin 1^\circ)^2 + (r_{P\varphi+1^\circ} - r_{P\varphi} \cos 1^\circ)^2}}{\Delta t(\varphi)} \quad (26)$$

Damit ist die absolute Geschwindigkeit berechnet. Wichtiger sind allerdings die jeweiligen tangentialen und radialen Komponenten der Geschwindigkeit.



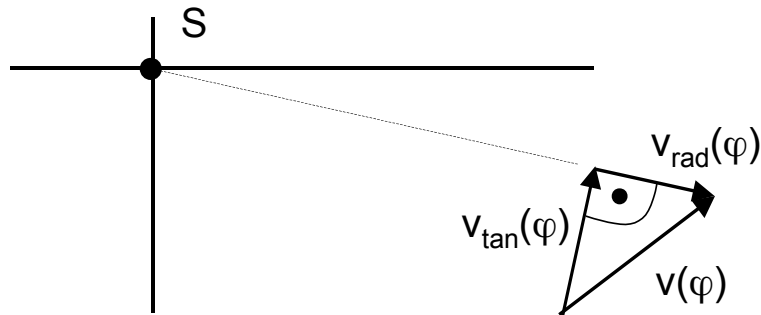


Bild 16: Vektorielle Zerlegung der Absolutgeschwindigkeiten

Es gelten hierfür:

$$v_{\tan}(\varphi) = \frac{u^*(\varphi)}{t_{P1^\circ}(\varphi)} = \frac{r_{P\varphi} \sin 1^\circ}{\Delta t(\varphi)} \quad (27)$$

$$v_{\text{rad}}(\varphi) = \frac{u^{**}(\varphi)}{t_{P1^\circ}(\varphi)} = \frac{r_{P\varphi+1^\circ} - r_{P\varphi} \cos 1^\circ}{\Delta t(\varphi)} \quad (28)$$

$v_{\tan}(\varphi)$  und  $v_{\text{rad}}(\varphi)$  sind ebenfalls in der Exceltabelle für jeden Winkel  $\varphi$  berechnet. Zu beachten ist, dass  $v_{\text{rad}}(\varphi)$  positiv ist, wenn sich der Paternoster von der Sonne entfernt.

Process	Empty mass [kg]	$\Delta v$ [m/s]	c [m/s]	Fuel mass [kg]	Total mass [kg]	Mass from Earth orbit [kg]
Lander Mars launch	3500	3700	3600	6282	10410	0
Lander Earth orbit to Mars orbit	20625	3727	4300	28448	51918	103835
Taxi from Mars orbit to Asterix	3500	3108	3600	4798	8778	0
Taxi escape fuel Earth orbit to Mars orbit	6597	3727	4300	9099	16606	33213
Asterix	25000	3806	4300	35587	64146	64146
Obelix consumables supply	7000	11834	4300	102729	120002	120002
Taxi to Obelix	7000	11834	4300	102729	120002	240004
Obelix	25000	6424	4300	86364	120000	120000
Additional Mars orbit supply	25000	3727	4300	34482	62930	62930
Maximum $\Delta v$ for Obelix correction	30819	2472	10500	8181	8999	0

### Die Exceltabelle mit den Daten von Obelix und Asterix

Damit ist die elliptische Bahn der Paternoster zumindest an jedem vollen Winkel  $\varphi$  recht genau beschrieben.

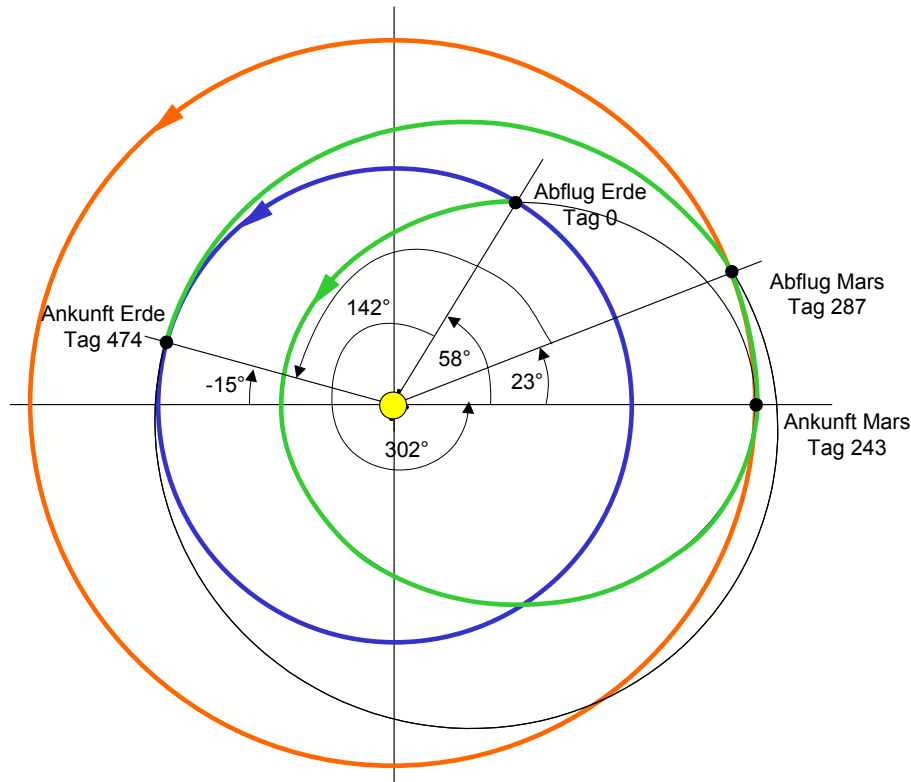
Werfen wir nun einen genaueren Blick auf die Bahnverschiebungen. Aus der Excel-Tabelle geht hervor, dass Obelix bei seinem Flug von der Erde zum Mars die Winkel von  $58^\circ$  bis  $360^\circ$ , also  $302^\circ$ , überstreicht und hierfür eine Zeit von etwa 243 Tagen benötigt. Die Winkelgeschwindigkeit der Erde beträgt etwa  $0,986^\circ$  pro Tag. Das heißt, dass die Erde in diesen 243 Tagen  $239,5^\circ$  überstreicht und bei der Ankunft von Obelix am Mars diesem noch um  $62,5^\circ$  „hinterherfliegt“.

Gehen wir nun bei Asterix den umgekehrten Weg. Er kommt bei  $\varphi = 180^\circ$  bei der Erde an und flog vorher bei  $\varphi = 38^\circ$  am Mars ab (dies geht ebenfalls aus der Excel-Tabelle hervor), hat also  $142^\circ$  überstrichen. Gebraucht hat er dafür etwa 187 Tage, während dieser die Erde  $184,3^\circ$  zurückgelegt hat. Dies heißt, dass die Erde beim Abflug vom Mars  $184,3^\circ - 142^\circ = 42,3^\circ$  hinter dem Mars gewesen sein muss.

Bei der Ankunft am Mars muss die Erde also  $62,5^\circ$  hinter dem Mars zurück liegen, beim Abflug vom Mars noch  $42,3^\circ$ . Sie muss daher in der Zeit während des Aufenthalts auf dem Mars  $20,2^\circ$  „aufholen“. Die Winkelgeschwindigkeit des Mars

beträgt  $0,524^\circ$  pro Tag, also holt die Erde jeden Tag  $0,462^\circ$  auf. Für  $20,2^\circ$  braucht sie etwas weniger als 44 Tage. Dies ist die Dauer des Aufenthalts auf dem Mars.

In Bild 5 sieht man, dass der Mars bei der Ankunft in Punkt 4 auf der horizontalen Linie liegt. Beim Abflug vom Mars hat er  $0,524^\circ/\text{Tag}$  mal 43,72 Tage, also  $22,9^\circ$ , überstrichen und Asterix überstreicht weitere  $142^\circ$  bis zum Erreichen der Erde, die gleichzeitig der sonnennächste Punkt, also sozusagen der Beginn des Orbits von Asterix ist. Das heißt, dass die Bahn des Asterix um  $22,9^\circ + 142^\circ - 180^\circ = -15,1^\circ$  relativ zur Bahn von Obelix verschoben ist (im Gegenuhrzeigersinn sind die Werte positiv, was heißt, dass der Orbit von Asterix  $15,1^\circ$  im Uhrzeigersinn zum Orbit von Obelix gedreht ist). Der komplette Sachverhalt ist im folgenden Bild dargestellt.



*Bild 17: Geometrische Veranschaulichung der Trajektorien*

Nun sollen noch die Relativgeschwindigkeiten Paternoster-Mars bzw. Paternoster-Erde berechnet werden.

Die Werte für  $v_{\text{tan}}$  und  $v_{\text{rad}}$  sind die Werte der Geschwindigkeitskomponenten bezogen auf das Inertialsystem. Das heißt, die jeweiligen Bahngeschwindigkeiten von Erde oder Mars müssen davon noch vektoriell abgezogen werden, um die Relativgeschwindigkeiten zu erhalten. Vereinfachend soll angenommen werden, dass sowohl Erde als auch Mars keine radialen Geschwindigkeiten haben (es wurde oben bereits angegeben, dass beide Planeten zur Vereinfachung Kreisbahnen beschreiben sollen).

Hier die jeweiligen Geschwindigkeitskomponenten für Erde und für Mars:

$$v_{\text{tanE}} = 29660 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{radE}} = 0 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{tanM}} = 24130 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{radM}} = 0 \text{ m/s}$$

Beim Abflug von Obelix von der Erde muss gelten

$$v_{\text{tanOE}} = 24770 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{radOE}} = 15510 \text{ m/s}$$

Beim Ankunft am Mars gilt

$$v_{\text{tanOM}} = 16440 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{radOM}} = 0 \text{ m/s}$$

Diese Werte ergeben sich aus der Excel-Tabelle, wobei angemerkt werden muss, dass diese dort in der Einheit m/d, also Meter pro Tag, angegeben sind und erst umgerechnet werden müssen.

Für Asterix gilt beim Abflug vom Mars

$$v_{\text{tanAM}} = 21810 \text{ m/s}$$

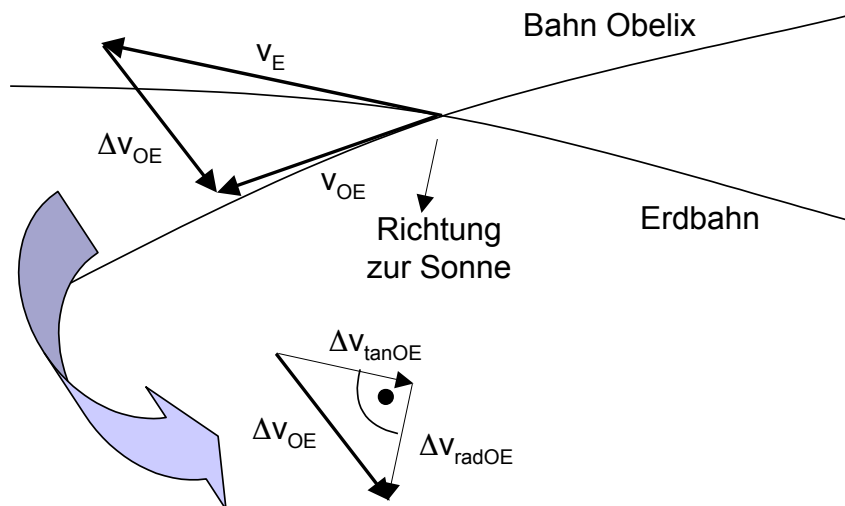
$$v_{\text{radAM}} = 3990 \text{ m/s}$$

und für die Ankunft an der Erde

$$v_{\text{tanAE}} = 33100 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{radAE}} = 0 \text{ m/s}$$

Zur Berechnung der Komponenten der Relativgeschwindigkeiten müssen nur die jeweiligen Komponenten der Erde oder des Mars abgezogen werden. Die Geschwindigkeitsbeträge resultieren dann allerdings aus den Wurzeln der Summe der Quadrate der Differenzen der beiden Geschwindigkeitskomponenten (wieder der Satz des Pythagoras). Anschaulich ist das im folgenden Bild für die Geschwindigkeit von Obelix beim Verlassen der Erde dargestellt.



**Bild 18: Vektorielle Subtraktion der Absolutgeschwindigkeiten von Obelix und Erde**

Es wird klar, dass gelten muss

$$\Delta v_{OE} = \sqrt{\Delta v_{\text{tanOE}}^2 + \Delta v_{\text{radOE}}^2} \quad (29)$$

Daraus ergeben sich die bereits oben genannten Geschwindigkeitsdifferenzen:

Beim Abflug von Obelix an der Erde:  $\Delta v_{OE} = 16260 \text{ m/s}$

Bei der Ankunft von Obelix am Mars:  $\Delta v_{OM} = 7697 \text{ m/s}$

Beim Abflug von Asterix vom Mars:  $\Delta v_{AM} = 4621 \text{ m/s}$

Bei der Ankunft vom Asterix bei der Erde:  $\Delta v_{AE} = 3437 \text{ m/s}$

Es ist zu beachten, dass diese Geschwindigkeitsdifferenzen den Geschwindigkeitsdifferenzen jeweils nach Verlassen des Schwerefeldes von Erde oder Mars bedeuten. Bei der Erde sind dies also zusätzliche 3900 m/s und beim Mars 1500 m/s, wenn man sich vorstellt, dass der jeweilige „Start“ aus dem Orbit des jeweiligen Planeten stattfindet. Dies sind die Differenzen der jeweiligen ersten und zweiten Astronautischen Geschwindigkeiten von Erde und Mars: Ein Körper braucht zum Erreichen einer Umlaufbahn um die Erde eine Geschwindigkeit von mindestens 7900 m/s (erste astronautische Geschwindigkeit) und zum Verlassen des Schwerefeldes der Erde 11800 m/s (zweite astronautische Geschwindigkeit); beim Mars gelten 3700 m/s und 5200 m/s.

Im nächsten Abschnitt soll verdeutlicht werden, was getan werden muss, um Obelix und Asterix für weitere Missionen zu nutzen.

Der Mars nähert sich der Erde alle 25,7 Monate, was einem Startfenster entspricht. Grob gesprochen sind dies zwei Jahre. Sollte jedes Startfenster genutzt werden, würde ein Obelix ausreichen, sein Orbit müsste dann aber jedes Mal um exakt  $51^\circ$  „gedreht“ werden. Beim Verwenden des gleichen Prinzips für Asterix könnte aber nur jedes dritte Startfenster genutzt werden, also nur alle 77,1 Monate zum Mars geflogen werden. Hier wäre eine Drehung des Orbits von Asterix um  $153^\circ$  notwendig. Der Energieaufwand kann im Rahmen dieses Artikels nicht berechnet werden, zumal hier komplexe Swingby-Manöver an Erde, Mars und Venus genutzt werden können und sollten. Es ist aber davon auszugehen, dass es sinnvoller ist, Asterix nicht wie Obelix als „echten“ Paternoster vorzusehen sondern ihn besser nach seiner Passage am Mars bei der Erde wieder „einzufangen“, so dass er mit einem relativ geringen Energieaufwand und bereits zum folgenden Startfenster vom Erdorbit aus die nächste „Schleife“ fliegen kann. Damit wäre es möglich, mit einem Obelix und einem Asterix jedes zweite Startfenster für bemannte Marsmissionen zu nutzen, also etwa alle viereinhalb Jahre ein Mal zum Mars zu fliegen. Für die Nutzung jedes Startfensters müsste man zwei Asterixe verwenden und hätte die doppelte Startfrequenz. Ein Obelix würde jedoch genügen.

## Anmerkungen

Die Idee eines Paternosters zum Mars ist nicht neu. Edwin „Buzz“ Aldrin befasst sich seit einigen Jahren mit der Möglichkeit, ein Raumschiff zwischen Erde und Mars pendeln zu lassen, das die Erde alle 25,7 Monate erreicht und dann nach einer Flugzeit von 146 Tagen am Mars vorbei fliegt. Die Vorbeiflüge an der Erde müssen genutzt werden, um durch ein Swingby-Manöver den Orbit um  $51^\circ$  zu drehen. Für den Rückflug zur Erde muss ein weiterer Paternoster installiert werden. Beim Flug Erde-Mars legt das Raumschiff um die Sonne  $133^\circ$  zurück, die Erde aber ungefähr  $144^\circ$ . Sie ist bei der Ankunft am Mars dem Raumschiff (und Mars)  $11^\circ$  voraus. Dies bedeutet, dass die Astronauten für den Rückflug auf dem Mars warten müssen, bis die Erde wieder  $11^\circ$  hinter dem Mars ist, was erst nach 732 Tagen der Fall ist. Das Aldrin-Konzept ist also nicht für Kurzzeitmissionen wie die hier beschriebene geeignet. Der massebezogene Energieaufwand ist darüber hinaus deutlich höher als

bei einer Hohmann-Typ-Mission. Die Vorteile des Aldrin-Paternosters würden erst bei einer Besiedelung des Mars mit vielen regelmäßigen Flügen zum Tragen kommen

